

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΠΑΝΕΠ. ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ

ΣΠ. Γ. & ΟΡ.

9488

* ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ - ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΛΥΣΙΜΑΧΟΥ Ν. ΜΑΥΡΙΔΟΥ

Ἀριστούχου Πτυχιούχου τῶν Μαθηματικῶν

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΦΡΑΣΕΩΣ
ΤΗΣ ΕΤΗΣΙΑΣ ΠΟΡΕΙΑΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ
ΚΑΙ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΑΥΤΗΣ
ΑΠΟ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΝ ΤΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΔΡΑΣΕΩΣ

ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΕΠΙ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΑ,
ΥΠΟΒΛΗΘΕΙΣΑ ΕΙΣ ΤΗΝ ΦΥΣΙΚΟΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΝ ΣΧΟΛΗΝ
ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

QC
901.A1
.M38
1954
c.1
ΔΙΔ

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
1954

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην ἐρευνῶνται εἰδικαί περιπτώσεις τῶν ἑξῆς δύο προβλημάτων:

α) Τοῦ προβλήματος τῆς μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῶν ἐμπειριῶν συναρτήσεων καί

β) Τοῦ προβλήματος τῆς υπάρξεως ἢ μὴ συσχετίσεως μεταξύ ἡλιακῶν καί μετεωρολογικῶν φαινομένων.

Τὸ πρῶτον ἐξ αὐτῶν εἶναι ἓν ἐκ τῶν ἐπισπουδαιότερων προβλημάτων τῶν Ἑξηρημομένων Μαθηματικῶν, ἐνῶ τὸ δεύτερον ἀποτελεῖ τὸ βασικόν πρόβλημα τοῦ σχετικῶς νέου ἐπιστημονικοῦ κλάδου τῆς Ἀστρομετεωρολογίας.

Ἐπειδὴ δὲ ἡ σχετικὴ μετὰ ἀνωτέρω προβλήματα ἐλληνικὴ βιβλιογραφία δέν δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς πλουσία, ἔκριθη ὅτι δέν θὰ ᾔτο ἴσως ἀσκοπος μία κατὰ τὸ δυνατόν σύντομος ἐκθεσις τινῶν ἐκ τῶν κυριωτέρων σημείων τῶν προβλημάτων αὐτῶν, ἢ ὁποῖα καί παρατίθεται εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς παρούσης καί τὴν παράγραφον τὴν σχετικὴν μετὰ τὴν ἀρμονικὴν ἀνάλυσιν.

Δημοσιεύων τὴν μελέτην μου ταύτην θεωρῶ καθήκον ὅπως εὐχαριστήσω καί δημοσίᾳ τοῖς σεβαστοῖς μου Καθηγηταῖς ἐν τῇ Φυσικομαθηματικῇ Σχολῇ τοῦ Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης διὰ τὴν πρὸς τὴν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν ἀγάπην τὴν ὁποί-

αν μοί ἐνέπνευσαν, διὰ τῆς διδασκαλίας καί τοῦ παραδείγματός
των.

Ἰδιαιτέρως εὐχαριστῶ θερμῶς τόν Διευθυντήν τοῦ Ἑρ-
ραστηρίου Ἀστρονομίας καί σεβαστόν μου Καθηγητήν κ. Ἰωάν-
νην Ξανθάκη, τόσον διὰ τήν ὑπόδειξιν τοῦ θέματος τῆς παρού-
σης διατριβῆς, ὅσον καί διὰ τήν πολύτιμον συμπαράστασιν του
καθ' ὅλην τήν διάρκειαν τῶν σχετιῶν πρός αὐτήν ἐρευνῶν μου.

Αἱ χρησιμοποιοθεῖσαι τιμαί τῶν θερμοκρασιῶν ἔλήφθη-
σαν ὡς ἐπὶ τό πλεῖστον ἐκ τοῦ, ὑπό τοῦ Γραμματέως τοῦ Σμιθ-
sonian Institution κ. A. Wezmore, δωρεάν ἀποσταλέντος τόμου *World
Weather Records I*, αἱ δέ τιμαί ταῦ μῆκους τοῦ Ἡλίου ὑπελογί-
σθησαν ἐκ πίνακος εὐγενῶς ἀποσταλέντος ὑπό τοῦ Ἐπιμελητοῦ
τοῦ Ἀστρονομικοῦ Ἰνστιτούτου τοῦ Ἑθνικοῦ Ἀστεροσκοπείου Ἀ-
θηνῶν κ. Γ. Ἀδαμοπούλου. Ἀμφοτέρους εὐχαριστῶ καί ἐντεῦθεν
θερμῶς.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΥΠΑΡΞΕΩΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΙΑΚΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ

Ι. Όρισμός καί χαρακτηριστικά της ετησίας πορείας.

§ 1. ^{ος} γνωστόν ἡ καλυτέρα μέθοδος διά τὴν μελέτην τῆς ετησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἶναι ἡ ἑξῆς: ἐν μιᾷς μακρᾷς σειρᾷ παρατηρήσεων νὰ εὑρωμεν τὴν μέσην θερμοκρασίαν ἐκάστης τῶν 365 ἡμερῶν τοῦ ἔτους. Ἡ οὕτω προκύπτουσα σειρά τῶν 365 αὐτῶν μέσων ἡμερησίων θερμοκρασιῶν θὰ μᾶς ἔδιδεν τὴν ετησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος τοῦ τόπου τούτου, κατὰ τὸ θεωρηθὲν χρονικὸν διάστημα.

Ἡ κατὰ τὸν τρόπον τούτον μελέτη τῆς ετησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος* παρουσιάζει ὅλως ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον, καθόσον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἀποκαλύψωμεν καὶ νὰ μελετήσωμεν ὠρισμένας ἀνωμαλίας τῆς ετησίας πορείας, αἵτινες παρουσιάζονται, εἴτε ὡς ἀπότομοι πτώσεις τῆς θερμοκρασίας κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς ἀυξήσεως αὐτῆς, εἴτε ὡς ἀπότομοι ἄνοδοι αὐτῆς κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς ἐλαττώσεως της καὶ ἐνέχουν ἰδιαίτεραν σημασίαν [2].**

*Ὁσούτοις κατωτέρω θὰ ἀναγέρωμεν ἀπλῶς «ετησία πορεία» θὰ ἐννοοῦμεν τὴν ετησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος.

**Οἱ ἐντός τῶν ἀγκυλῶν ἀριθμοὶ ἀποτελοῦν παραπομπὰς εἰς

Ἡ μέθοδος ὅμως αὕτη παρουσιάζει τὰ ὑπὸ τῷ θί δύο σημαν-
τικὰ μειονεκτήματα:

α) Διὰ νὰ ἐξαμάρωμεν μέσας ἡμερησίας θερμοκρασίας
δι' ἐκάστην ἡμέραν τοῦ ἔτους θὰ πρέπη, διὰ νὰ ἀπαλειφθῶν αἱ τυ-
χαῖαι μεταβολαί, νὰ διαθέτωμεν πολὺ μακρὰς σειρὰς παρατηρήσε-
ων, πράγμα τὸ ὁποῖον διὰ τοὺς πλείους σταθμοὺς δὲν δύναται νὰ
ἐπιτευχθῇ.

β) Ἡ μελέτη μιᾶς τοιαύτης σειρᾶς ἐκ 365 ἀριθμῶν εἴ-
ναι δυσχερὴς λόγῳ τοῦ πολυαρίθμου των.

Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν ἀνωτέρω μειονεκτημάτων, ἐκρη-
σιμοποιήθησαν διὰ τὴν μελέτην τῆς ἔτησις πορείας αἱ μέσαι θερ-
μοκρασίαι αἱ ἀναγερόμεναι εἰς χρονικὰ διαστήματα 5, 7, 10 ἡμερῶν
π.ο.π. Κυρίως ὅμως, γίνεται πρὸς τοῦτο χρῆσις τῆς σειρᾶς τῶν 12
μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν. Τῇ βοήθειᾳ τῶν 12 αὐτῶν ἀρι-
θμῶν δύναμεθα νὰ μελετήσωμεν εὐκόλως πλέον τὴν ἔτησιν πορεί-
αν, ἀκόμη καὶ διὰ σταθμοὺς μὴ διαθέτοντας μακροχρονίους παρα-
τηρήσεις.

§ 2.- Διὰ νὰ καταστήσωμεν ὅμως περισσότερον ἐπαρκεῖαν
τὴν μελέτην ταύτην τῆς ἔτησις πορείας, χρησιμοποιουῦμεν συνη-
θως καὶ τὴν γραμμικὴν παράστασιν αὐτῆς. Λαμβάνομεν δηλαδὴ ἐπὶ
τοῦ ἄξονος τῶν τετμημένων 12 διαδοχικὰ σημεῖα ἀντιστοιχοῦντα
εἰς τοὺς 12 μῆνας τοῦ ἔτους καὶ ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῶν τεταγμένων
τάς ἀντιστοίχους μέσας μηνιαίας θερμοκρασίας. Ἐνοῦντες τὰ ἀν-
τίστοιχα σημεῖα διὰ μιᾶς συνεχοῦς καμπύλης ἔχομεν τὴν ἔτησιν
πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ αἵρος τοῦ θεωρουμένου σταθμοῦ κα-
τὰ τὸ ὑπ' ὄψιν χρονικὸν διάστημα.

Ὅπως δεικνύουν τὰ δεδομένα τῶν παρατηρήσεων, διὰ
τοὺς σταθμοὺς τῶν εὐκράτων ζωνῶν, μετὰ τοὺς ὁποίους καὶ μόνον ἀ-
σχολούμεθα ἐνταῦθα, ἡ καμπύλη αὕτη παρουσιάζει μίαν ἀπλὴν
κύμανσιν μετὰ ἐν μέγιστον καὶ ἐν ἐλάχιστον. Οὕτω λ.χ. διὰ τοὺς στα-
τήν εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης παρατιθεμένην βιβλιογραφίαν.

θμούς της βορείου ευκράτου ζώνης τό μέγιστον παρατηρείται κατά τόν
Ίούλιον ἤ Αὐγουστον, τό δέ ἐλάχιστον κατά τόν Ίανουάριον ἤ Φεβρου-
άριον, ἄν καί τοπικά αἰτία δύνανται νά μετατοπίσουν τās ἐποχές
τῶν ἄντων τιμῶν (Karachi, San Francisco).

Ἐκτός τῶν ἐποχῶν τοῦ μέγιστου καί ἐλαχίστου ὡς ἕτε-
ρον χαρακτηριστικόν τῆς ἐτησίας πορείας λαμβάνεται ἐπίσης καί
τό «ἐτήσιον εὖρος» καί ὡς τοιοῦτον θεωρεῖται εὐνήθως ἡ δια-
φορά τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν τοῦ θερμότερου καί ψυχρο-
τέρου μηνός τοῦ ἔτους, καθὼς ἐπίσης καί ἡ μέση ἐτησία θερμοκρα-
σία.

§3.- Τά τέσσαρα ὅμως ταῦτα χαρακτηριστικά τῆς ἐτησί-
ας πορείας, ἥτοι ἡ μέση ἐτησία θερμοκρασία, τό ἐτήσιον εὖρος καί
αἱ ἐποχαί τοῦ μέγιστου καί ἐλαχίστου, δέν ἀρμούν διά τήν βαθυτέ-
ραν μελέτην τοῦ φαινομένου. Κυρίως δέν μᾶς ἐπιτρέπουν νά συγ-
κρίνωμεν ἱκανοποιητικῶς μεταξύ τῶν τās ἐτησίας πορείας δια-
φόρων σταθμῶν ἢ καί τοῦ αὐτοῦ σταθμοῦ κατά διάφορα χρονικά
διαστήματα. Διά νά καταστή τοῦτο δυνατόν ἐπιδόθηκεν πλείσται
λύσεις ὅπως λ.χ. ἡ χρησιμοποίησις τῶν καλουμένων «σχετικῶν
θερμοκρασιῶν» τοῦ Köppen [8] κ.ο.κ.

Καθὼς ὅμως εἶναι εὐνόητον, διά νά καταστήσωμεν δυνα-
τήν τήν βαθυτέραν μελέτην τῆς ἐτησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας
τοῦ ἀέρος, ὅπως ἄλλωστε καί τῶν πλείστων φυσικῶν φαινομένων,
πρέπει νά ἀναζητήσωμεν πρῶτον τήν μαθηματικήν ἔκφρασιν αὐ-
τῆς, δηλαδή νά ἐπιδιώξωμεν δύο τινά:

α) Νά εὕρωμεν μίαν κατάλληλον ἀνεξάρτητον μεταβλη-
τήν x ἐξ ἧς ἐξαρτάται ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος.

β) Νά ἐκφράσωμεν τήν ἐτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας
τοῦ ἀέρος T_i , $i=1,2,\dots,12$, ὡς συνάρτησιν $T=T(x)$ τῆς μεταβλη-
τῆς ταύτης. Φυσικά ἡ συνάρτησις αὕτη θά πρέπει νά ἔχη κατάλλη-
λον καί κατά τό δυνατόν ἀπλήν μορφήν.

Ἡ σημασία τῆς εὐρέσεως μιᾶς τοιαύτης μαθηματικῆς

εμφράσεως είναι μεγίστη, τόσον διὰ τούς προαναφερθέντας λόγους, ὅσον κυρίως καὶ διὰ δύο ἄλλους λόγους, περὶ τῶν ὁποίων θὰ ὁμιλήσωμεν εὐθύς ἀμέσως.

II. Παράγοντες διαμορφούντες τὴν ἐτησίαν πορείαν.

§4.- Οἱ κυριώτεροι παράγοντες οἱ ὅποιοι ρυθμίζουν τὴν θερμοκρασίαν τῶν κατωτέρων στρωμάτων τῆς γῆνης ἀτμοσφαίρας, εἶναι ὡς πρῶτον οἱ ἑξῆς:

α) Ἡ ποσότης τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία προσπίπτει ἐπὶ τῶν ἐξωτερικῶν ὁρίων τῆς γῆνης ἀτμοσφαίρας ἢ, ὅπερ τό αὐτό, ἡ ὁποία θὰ προσέπιπτεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἐὰν αὕτη ἐστερεῖτο ἀτμοσφαίρας.

β) Ἡ ἐπίδρασις τῆς γῆνης ἀτμοσφαίρας. Αὕτη μάλιστα εἶναι συνισταμένη δύο ἄλλων: τῆς ἐπιδράσεως ἣν θὰ ἐξήκει ἡ γῆνη ἀτμόσφαιρα εὐρισκομένη ἐν ἡρεμίᾳ ἐπὶ τῶν δι' αὐτῆς διερχομένων κατ' ἀμφοτέρας τὰς ᾠρὰς ἀκτινοβολιῶν καὶ τῆς ἐπιδράσεως τῆς ὀφειλομένης εἰς τὰς ἐν τῇ ἀτμοσφαίρᾳ μετακινήσεις ἀερίων μαζῶν.

γ) Αἱ θερμικαὶ ἰδιότητες τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἥτοι ἀνακλαστικὴ ἱκανότης, θερμοχωρητικότης κ.ο.κ.

δ) Τέλος ὑπάρχουν καὶ ἄλλοι δευτερεύοντες παράγοντες ὅπως λ.χ. τὰ θαλάσσια ρεύματα κ.ο.κ.

§5.- Ἐκ τῶν παραρόντων τούτων, τοῦ πρώτου ἢ ἐπίδρασις δύναται νὰ καθορισθῇ πλήρως.

Εὐρίθη πράγματι ὑπὸ τοῦ Μίλαηκονίτς [20,21] ὅτι ἡ ποσότης τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας τὴν ὁποίαν δέχεται ἡ μονὰς τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς (ὑποτιθεμένης ἄνευ ἀτμοσφαίρας) εἰς τὸν πλάτους φ , καθ' ὃν χρόνον τὸ μῆκος τοῦ Ἡλίου μεταβάλλεται μεταξύ τῶν τιμῶν λ_1 καὶ λ_2 εἶναι:

$$(1) \quad W = \frac{T}{2\pi^2} \cdot \frac{I_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}} \left[b_0 (\lambda_2 - \lambda_1) - \frac{\pi}{2} \eta \mu \epsilon \eta \mu \varphi (\sigma \nu \lambda_2 - \sigma \nu \lambda_1) - \right]$$

$$-\frac{b_2}{2} (\eta\mu 2\lambda_2 - \eta\mu 2\lambda_1) + \frac{b_2}{4} (\eta\mu 4\lambda_2 - \eta\mu 4\lambda_1) - \dots]$$

όπου T, I_0, ϵ, α και e είναι αντίστοιχως η διάρκεια του αστρικού έτους, η ηλιακή σταθερά, η λόξωσις της εκλειπτικής, ο μέρας ημιάξων και η εκκεντρότης της γηϊνης τροχιάς, $b_0, b_1, b_2 \dots$ δέ συντελεσται έξαρτώμενοι εκ του πλάτους φ^* .

Έν του τύπου τούτου ο Καθηγητής κ. Ξανθάκης προσδιορίζει τας μέσας μηνιαίας τιμάς S_i της ηλιακής ακτινοβολίας επί της επιφανείας της Γης, υποτιθεμένης άνευ ατμοσφαίρας και εις τόπον τών ευκράτων ζωνών πλάτους φ διά τής σχέσεως [34]:

$$(2) \quad S_i = \frac{T}{2\pi^2} \cdot \frac{I_0 \cdot b_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}} \left[1 + K \eta\mu L_i \right] \quad i=1,2,\dots,12$$

όπου:

$$K = \frac{\pi}{2} \frac{\eta\mu 15^\circ}{15 b_0} \cdot \eta\mu \epsilon \cdot \eta\mu \varphi$$

και L_i τό μήκος του Ήλιου κατά τό μέσον του αντίστοιχου μηνός.

Έν του τύπου (2) τέλος, τῇ βοηθεία του νόμου του Stefan, εύρίσκει τας 12 μέσας μηνιαίας θερμοκρασίας της επιφανείας της Γης εις τόν θεωρούμενον τόπον τῇ βοηθεία της σχέσεως [36]:

$$(3) \quad T_i = Q \left[1 + \frac{1}{4} K \eta\mu L_i \right] \quad i=1,2,\dots,12$$

όπου:

$$Q = \left[\frac{T}{2\pi^2} \cdot \frac{I_0 \cdot b_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

Η σχέση (3) μάς παρέχει ευνεπώς τήν έτησίαν πορείαν της θερμοκρασίας της επιφανείας της Γης εις τόν θεωρούμενον τόπον τών ευκράτων ζωνών. Φυσικά ἡ σχέση αὕτη ισχύει υπό τας εκτεθείσας προϋποθέσεις: απουσία της γηϊνης ατμοσφαίρας, πλήρης ισχύς του νόμου του Stefan εις τήν περίπτωσιν ταύτην κ.ο.κ.
* Ο τύπος οὗτος δέν ισχύει διὰ τήν μαυράν πολιτήν ήμέραν ή νύκτα.

§6.- Ἐνῷ ὅμως καθορίζεται τὸσον σαφῶς ὁ ρόλος τοῦ παράγοντος (α) εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῆς ἔτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, δὲν ἰσχύει τὸ αὐτὸ καὶ διὰ τὸν ρόλον τῶν λοιπῶν παραγόντων. Δὲν γνωρίζομεν δηλαδὴ ἀκριβῶς τὰς τροποποιήσεις τὰς ὁποίας πρέπει νὰ ἐπιφέρωμεν ἐπὶ τῆς σχέσεως (β) συνεπείᾳ τῆς ἐπιδράσεως ἐκάστου τῶν παραγόντων (β), (γ) καὶ (δ) διὰ νὰ λάβωμεν οὕτω τελικῶς τὴν ἔτησίαν πορείαν τῶν παρατηρουμένων θερμοκρασιῶν τοῦ ἀέρος. Πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν ἐγένοντο παλαιὰ προσπάθειαι ὅπως ἡ τοῦ Μίλζα *Milza* καὶ *Konitz* [20,21] καὶ γίνονται ἀκόμη καὶ ἄλλαι [21,23], χωρὶς ὅμως νὰ δύναται εἰσεῖναι νὰ λησθῇ ὅτι ἐπετεύχθη ἡ ὀριστικὴ λύσις τοῦ προβλήματος.

Ἀλλὰ, μολονότι ὁ προσδιορισμὸς τῆς ἐπιδράσεως ἐκάστου τῶν παραγόντων (β), (γ) καὶ (δ) μεκωρισμένως ἐπὶ τῆς διαμόρφωσιν τῆς ἔτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, τυγχάνει ὡς ἐλέχθη δυσχερὴς, ἐν τούτοις δυνάμεθα νὰ λάβωμεν μίαν εἰκόνα τῆς συνολικῆς ἐπιδράσεως αὐτῶν ἐπὶ τῆς μέσης ἔτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος ὡς ἑξῆς: ἀναζητοῦμεν μίαν κατάλληλον μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἔτησίαις πορείας τῶν παρατηρουμένων θερμοκρασιῶν τοῦ ἀέρος, ὁπότε ἡ σύγκρισις αὐτῆς πρὸς τὴν σχέσιν (β) μᾶς παρέχει τὴν ζητούμενην συνολικὴν ἐπίδρασιν τῶν παραγόντων (β), (γ) καὶ (δ) τοῦθ' ὅπερ διευκολύνει σημαντικῶς τὴν μελέτην τῆς ἐπιδράσεως ἐκάστου τῶν παραγόντων τούτων μεκωρισμένως.

III.- Αἱ καιρικαὶ καὶ κλιματικαὶ μεταβολαὶ κατὰ τὴν σύγχρονον ἐποχὴν.

§7.- Ἀλλὰ καὶ ἀπόρριψας ἄλλης ἀπόψεως παρουσιάζει ἐπίσης ἐνδιαφέρον ἡ εὐρεσις καταλλήλου μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς ἔτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος.

Ὡς πρῶτον ἐν ἀπὸ τὰ πλέον ἐνδιαφέροντα προβλήματα τὰ σχετιὰ μὲ τὸν πλανήτην Γῆ εἶναι καὶ τὸ πρόβλημα τῶν

μεταβολῶν τοῦ κλίματος τοῦ πλανήτου τούτου.

Συνήθως μάλιστα διακρίνομεν τὰς μεταβολὰς ταύ-
τας εἰς τὰς ἑξῆς κυρίας κατηγορίας:

α) Τὰς τῶν γεωλογικῶν ἐποχῶν

β) Τὰς τῶν ἱστορικῶν χρόνων

γ) Τὰς τῆς συγχρόνου ἐποχῆς

Εἰς τὴν πρώτην κατηγορίαν ὑπάρχοντα αἱ σημαντικαὶ
τῷ ὄντι κλιματικαὶ μεταβολαὶ αἱ ὁποῖαι ἔλαβον χώραν κατὰ τὰς
προηγουμένους γεωλογικοὺς αἰῶνας μέχρι καὶ τοῦ τελευταίου πα-
γετώσος τῆς πλειστοκαίνου ἐποχῆς.

Εἰς τὴν δευτέραν ἀνήκουν αἱ ἀπὸ τοῦ παγετώσος τού-
του καὶ μέχρι τῆς ἐνάρξεως τῶν πρώτων μετεωρολογικῶν παρα-
τηρήσεων (18^{ος} αἰῶν) ἐπισυμβᾶσαι.

Αἱ ἀπὸ τῆς ἐποχῆς δὲ ταύτης καὶ ἐντεῦθεν λαβού-
σαι καὶ λαμβάνουσαι εἰσέτι χώραν ἀποτελοῦν τὴν τρίτην τῶν ἀ-
νωτέρω κατηγοριῶν.

§8.— Διὰ τὴν μελέτην τῶν πρώτων μεταβολῶν μετα-
χειριζόμεθα τὰ δεδομένα τῆς γεωλογικῆς ἐρεῦνης. Διὰ τὰς μεταβο-
λὰς τῆς δευτέρας κατηγορίας χρησιμοποιοῦμεν τὰς διαφόρους ἱ-
στορικὰς πληροφορίας, ὡς καὶ ἄλλας τινὰς πηγὰς (δακτύλιοι
τῶν δένδρων κ.λ.π.)

Διὰ τὴν μελέτην τέλος τῶν μεταβολῶν τῆς συγχρόνου
ἐποχῆς θὰ πρέπει νὰ ἐξετάσωμεν τὰς τιμὰς τῶν διαφορῶν μετεω-
ρολογικῶν στοιχείων τὰς ὁποίας μᾶς παρέσχον αἱ γενόμεναι παρα-
τηρήσεις. Ἐπειδὴ μάλιστα κατὰ καιροὺς αἱ παρατηρήσεις ἐγένον-
το διὰ διαφορῶν ὀργάνων καὶ κατὰ διαφορὰς μεθόδους, συνάμα δὲ
ἔλαβον χώραν καὶ διάφοροι μετακινήσεις τῶν σταθμῶν, καθίστα-
ται ἀναγκαῖον, προκειμένου νὰ μελετήσωμεν μίαν τοιαύτην σει-
ρὰν παρατηρήσεων, νὰ ἐπιφέρωμεν προηγουμένως εἰς τὰς εὑρεθεί-
σας τιμὰς καταλλήλους διορθώσεις, ὥστε νὰ καταστήῃ αὐτὴ ὁμογε-
νὴς [8]. Ἐν πολὺτιμον διάμειαν τοιαύτην μελέτην βοήθημα εἶ-

ναι καί τό ὑπό τοῦ *Smithsonian Institution* ἐκδοθέν « *World Weather Records* » [5], εἰς τό ὁποῖον περιέχονται αἱ ὁμογενεῖς ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον σειραὶ τῶν μέσων μηνιαίων τιμῶν τῶν κυρίων μετεωρολογικῶν στοιχείων, ἥτοι θερμότητας, πίεσεως καί ὕψους βροχῆς, διὰ τοὺς πλείστους τῶν σταθμῶν τῶν ἐκόντων μακρὴν σειράν παρατηρήσεων.

§9.— Ἄν ἐξετάσωμεν μίαν τοιαύτην σειράν τιμῶν ἐνός μετεωρολογικοῦ στοιχείου, λ.χ. τῆς θερμότητας, διαπιστοῦμεν εὐκόλως ὅτι ἐκτός τῆς « κανονικῆς » ἡμερησίας καί ἐτησίας μεταβολῆς τῶν τιμῶν τοῦ στοιχείου τούτου, λαμβάνουν χώραν καί ἄλλαι μεταβολαί, ἐκ τῶν ὁποίων ἄλλαι μὲν εἶναι βραχείας διαρκείας, ἄλλαι δὲ μακρᾶς τοιαύτης. Εἶναι αἱ λεγόμεναι « ἀνώμαλοι καιρικαὶ μεταβολαί ».

Ὁμοίως, ἂν συγκρίνωμεν τὰς μέσας τιμὰς τοῦ στοιχείου τούτου τὰς ἀντιστοικύσας εἰς διαδοχικὰ χρονικὰ διαστήματα δεκάδων τινῶν ἐτῶν, παρατηροῦμεν ὠρισμένας διαφορὰς αἱ ὁποῖαι καί συνίστανται τὰς καλουμένας « κλιματικὰς μεταβολὰς » *

Ακριβῶς δὲ ἡ πρόρρησις τῶν μεταβολῶν τούτων, καιρικῶν καί κλιματικῶν, ἀποτελεῖ τό ἀντικείμενον τῆς μετεωρολογικῆς προγνώσεως, ἥτις, ὡς γνωστόν, ἀναλόγως τοῦ χρονικοῦ διαστήματος εἰς τό ὁποῖον ἀναφέρεται, χαρακτηρίζεται ὡς βραχείας, μέσης καί μακρᾶς διαρκείας. Συνεπῶς διὰ νὰ καταστή ὁ δυνατὴ ἡ πρόγνυσις θα πρέπει νὰ μελετηθοῦν προηγουμένως αἱ μεταβολαὶ αὗται καί νὰ εὐ-

* Πρέπει νὰ σημειωθῇ ἐνταῦθα ὅτι τό εὖρος τῶν κλιματικῶν μεταβολῶν τόσον κατὰ τὴν σύγχρονον ἐποχὴν, ὅσον καί κατὰ τοὺς τελευταίους ἱστορικούς χρόνους εἶναι ἐν γένει μικρόν. Ὡς ἐκ τούτου καί διευτυπώθησαν σοβαραὶ ἀντιρρήσεις ὅσον ἀφορᾷ τὴν ὑπαρξίν τοιούτων μεταβολῶν, δι' ὠρισμένους τοῦλάχιστον τόπους. Ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρεισαι ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς εἶναι αἱ ἔργασαι τοῦ ἀειμνήστου Δημητρίου Αἰγινήτου καί τῶν κ.κ. Βασιλείου Αἰγινήτου καί Ἡλία Μαρσιολοπούλου περὶ τῆς σταθερότητος τοῦ κλίματος τῆς Ἑλλάδος ἀπὸ τῶν Μινυϊκῶν χρόνων καί ἐντεῦθεν [1].

ρεθούν οί νόμοι καί τὰ αἰτίαι των.

§10.- Τό πρῶτον ἑρώτημα τό ὅποιον τίθεται ἐν προκειμένῳ, εἶναι τὸ κατὰ πόσον αἱ μεταβολαί αὗται αἱ κλιματικαί καί κυρίως αἱ καιριναί ὑπόκεινται εἰς νομοτέλειάν τινα ἢ εἶναι τυχαῖαι. Εἶναι εὐνόητον ὅτι εἰς τήν δευτέραν περίπτωσιν ἢ πρόγνωσης θά ᾤτο ἀδύνατος. Ἀποδεικνύεται ὁμῶς στατιστικῶς ὅτι δέν δύνανται νά εἶναι αὗται τυχαῖαι [2]. Ὑπάρχουν συνεπῶς νόμοι πού τās διέπουν καί αἰτία πού τās προκαλοῦν.

Διὰ τήν ἀνεύρεσιν τῶν νόμων τόσον τῶν καιριῶν ὅσον καί τῶν κλιματικῶν μεταβολῶν ἐγένοντο καί γίνονται συνεχῶς ἐπίμονοι ἔρευναι. Κυρίως ἐπιζητεῖται νά διαχωρισθοῦν αἱ ὑπάρχουσαι γενικαί τάσεις (trends), ἀπό τās κυκλικῆς μεταβολῆς, (cycles) περιοδικῆς ἢ ἡμιπεριοδικῆς καί τās ἀρρυθμοῦς τοιαύτας [2]. Ὁ διαχωρισμός τῶν τριῶν αὐτῶν συνιστωσῶν καί κυρίως ἡ ἀναζήτησις τῶν «κευρυμμένων» περιοδικιοτήτων τοῦ καιροῦ καί τοῦ κλίματος, ἥτις καί γίνεται δι' εἰδικῶν στατιστικῶν μεθόδων [4], ἀπασχολεῖ σήμερον πολλούς ἐρευνητάς. Εὐρέθησαν πρῶτα πολυάριθμοι τοιαῦται περίοδοι λίαν ποικίλης διαρκειᾶς [925]. Βεβαίως πλεῖστα ἐξ αὐτῶν οὐδεμίαν ἔχουν σχέσιν πρός τήν πραγματικότητα, προεῦψασαι ἀπλῶς χάρις εἰς τās γενομένας ἰσομαλύνσεις καί τās κρησιμοποιοθεῖσας προσεγγίσεις*. Παρά ταῦτα, ὅπως ἀναφέρει καί ὁ Willez [45], αἱ στατιστικαί αἰσθάνονται ἔρευναι ἂν καί μακραί καί ἐπίπονοι ἔξακολουθοῦν πάντα νά παραμένουν αἰπλέον ἄμεσοι καί δύνανται νά μᾶς παρέχουν τελικῶς λίαν ἐνδιαφερόσας πληροφορίας.

Ὅσον ἀφορᾷ τὰ αἰτία τῶν καθόλου μεταβολῶν διετυπώθησαν κατὰ καιράς πλεῖστα θεωρίαι. Ἄν ἐξαιρέσωμεν ὁμῶς τās μεταβολάς κατὰ τās γεωλογικῆς ἐποχῆς διὰ τās ὁποίας ὑπάρχουν ἀκόμη σημαντικαί διχογνωμίαι [3] διὰ τās λοιπῆς τόσον τῶν ἱστορικῶν χρόνων, ὅσον καί τῆς σύγχρονης ἐποχῆς εἶναι σχεδόν ὁμοσώνως παραδεχτόν σήμερον ὅτι τό πρωταρχικόν αἷτιον

*Ἡ γνώμη αὕτη διετυπώθη καί δι' αὐτήν ἀκόμη τήν περίφημον 35ετή περίοδον τοῦ Brückner. [2].

αὐτῶν, πρέπει νά ἀναζητηθῇ εἰς τόν ἥλιον καί κυρίως εἰς τὰς μεταβολάς τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἐν γένει. [2,45]

IV. Αἱ μεταβολαί τῆς ἡλιακῆς δράσεως.

§ 11. — Ὡς γνωστόν ἡ ἡλιακὴ δρᾶσις παρουσιάζει συνεχεῖς μεταβολάς τόσοις βραχείας ὅσον καί μακρᾶς διαρκείας [40]. Αἱ βραχείας διαρκείας μεταβολαί συνοδεύουν συνήθως τὴν ἐμφάνισιν τῶν λαμπρῶν χρωμοσφαιρίων ἐκρήξεων (εὐλάμψεων, ἀναλαμπῶν, *flares*), τὴν ἐμφάνισιν μεγάλων ἢ πολυαρίθμων κηλίδων ἢ τὴν διύβυσιν αὐτῶν διὰ τοῦ κεντρικοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ Ἥλιου κ.ο.κ. Διὰ τὴν μελέτην αὐτῶν ἐτέρου τῶν μακρᾶς περιόδου μεταβολῶν, χρησιμοποιοῦμεν πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς ἐκαστοτὲ ἡλιακῆς δράσεως, εἴτε τὸ πλῆθος τῶν κηλίδων ἐμπεγρασμένον διὰ τοῦ σχετικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ *Wolf*, εἴτε τὸ συνολικὸν ἐμβαδὸν τῶν κηλίδων ἢ τῶν πυρῶν κ.ο.κ. Κυρίως γίνεται χρῆσις τῶν σχετικῶν ἀριθμῶν τοῦ *Wolf* διὰ τὸν λόγον ὅτι τοῦτων αἱ τιμαί εἶναι γνωσταί διὰ μεγαλύτερον χρονικὸν διάστημα καί συγκεκριμένως ἀπὸ τοῦ 1749 καί ἐντεῦθεν [26]. Σημειωτέον ὅτι ὑπάρχουσιν ἐνδείξεις ὅτι διὰ βραχεὰ τοῦλάχιστον χρονικὰ διαστήματα, οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι δὲν ἀποτελοῦν τὸ ἀκριβές μέτρον τῆς ἡλιακῆς δράσεως.

Ἐκ τῆς μελέτης τῶν τιμῶν τῶν σχετικῶν ἀριθμῶν τοῦ *Wolf*, καθὼς ἐπίσης καί ἐκ τῆς μελέτης καί ἄλλων ἡλιακῶν φαινομένων (μεταβολὴ τοῦ συνολικοῦ ἐμβαδοῦ τῶν κηλίδων καί πυρῶν, τοῦ σκήματος τοῦ στέμματος κ.ο.κ.), διαπιστοῦμεν εὐκόλως ὅτι ἡ ἡλιακὴ δρᾶσις παρουσιάζει μίαν περιοδικὴν μεταβολὴν μέλλετῃ, κατὰ μέσον ὅρον, περίοδον. Ἄν μάλιστα ὡς ἀρχὴν ἐκάστης ταύτης περιόδου τῆς ἡλιακῆς δράσεως λάβωμεν τὸ ἔτος ὅπερ ἔπεται ἐκείνου καθ' ὃ ἔχομεν τὸ εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης πα-

10

ρατιζομένου πίνακος I. Εἰς τὴν τρίτην στήλην τοῦ πίνακος τούτου παρέχεται ὁ ἀντίστοιχος μέγιστος ἑτήσιος ἀριθμὸς τοῦ Wolf (N_1), εἰς δὲ τὴν τετάρτην στήλην ὁ διὰ τὴν περίοδον ταύτην μέσος ἑτήσιος ἀριθμὸς τοῦ Wolf (N_2)

Ἐκ τῆς μελέτης τοῦ πίνακος τούτου συνάγεται ὅτι αἱ διαδοχικαὶ περίοδοι τῆς ἡλιακῆς δράσεως δὲν εἶναι ἰσότιμοι: τῶν 4 πρώτων περιόδων τὰ μέγιστα (N_1) εἶναι ὑψηλά, τῶν ἐπομένων 3 χαμηλά κ.ο.κ. Ἡ αὐτὴ κύμανσις παρατηρεῖται καὶ ὅταν θεωροῦμεν τοὺς μέσους ἑτησίους ἀριθμοὺς τοῦ Wolf δι' ἑκάστην περίοδον (N_2). Τοῦτο μᾶς ἄγει εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι πιθανὸν νὰ ὑπάρχῃ καὶ ἄλλη περίοδος εἰς τὰς μεταβολὰς τῆς ἡλιακῆς δράσεως διαρκείας μεγαλυτέρας τῶν 11 ἐτῶν [44].

Ὑπὲρ τῆς ὑπάρξεως μιᾶς περιόδου διαρκείας μεγαλυτέρας τῆς ἑνδεκαετίας συνηγοροῦν καὶ ἄλλοι λόγοι ὅπως λ.κ. ὁ νόμος τοῦ Haize περί μεταβολῆς τῆς πολιτικῆς τῶν κηλίδων ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως, συνηγορῶν συνεπῶς ὑπὲρ μιᾶς 22 ετοῦς κατὰ μέσον ὅρον περιόδου.

Πάντως ὅμως ὁ ἀκριβὴς νόμος τῆς μεταβολῆς τῆς ἡλιακῆς δράσεως δὲν μᾶς εἶναι εἰσέτι γνωστός ἂν καὶ πολλὰ προσπαθεῖται γίνονται διὰ τὴν λύσιν τοῦ θεμελιώδους σημασίας προβλήματος τούτου [6,26]

§12. — Σημειωτέον ὅτι τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα ἀναφέρονται εἰς τὰς μεταβολὰς τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἀπὸ τοῦ 1749 καὶ ἐντεῦθεν, πρὸς τὰς ὁποίας ἀκριβῶς καταβάλλεται προσπάθεια ὅπως συσχετισθοῦν αἱ καιρικαὶ καὶ κλιματικαὶ μεταβολαὶ τῆς συγκρονοῦς ἐποχῆς. Ὑπάρχουν ὅμως πληροφορίαι περὶ σημαντικῶν μεταβολῶν τῆς ἡλιακῆς δράσεως (ἐμφάνισις μεγάλων ἢ πολυαριθμῶν κηλίδων) καὶ κατὰ τὸ ἀπώτερον παρελθόν. Συμμευριμένως φαίνεται ὅτι ἀπὸ τῶν ἀρχῶν περίπου τῆς χριστιανικῆς χρονολογίας, ὅπόθεν ἀρχίζομεν νὰ ἔχωμεν ἀκριβετικὰς πληροφορίας, καὶ ἐντεῦθεν, συνέβησαν μεταβολαὶ τῆς ἡλιακῆς δράσεως εὗρους μεγαλυτέρου τοῦ

τῶν μεταβολῶν αὐτῆς κατὰ τοὺς 2 τελευταίους αἰῶνας. Πρὸς αὐ-
τάς δέ προσπαθοῦν νά συσχετίσουν τὰς κλιματικὰς μεταβολὰς
τῶν τελευταίων ἱστορικῶν χρόνων.

Περὶ τῶν τυχόν μεταβολῶν τῆς ἡλιακῆς δράσεως κα-
τὰ τὴν προχριστιανικὴν ἐποχὴν δέν ἔχομεν πληροφορίαν, εἶναι ὅ-
μως πολὺ πιθανόν ὅτι συνέβησαν τοιαῦται εὗρους πολὺ μεγαλυτέ-
ρου τοῦ τῶν συγχρόνων, ὃ δὲ Σίμπσον ἔδειξεν ὅτι δυνάμεθα νά
ἐξηγήσωμεν τὰς κλιματικὰς μεταβολὰς κατὰ τὰς γεωλογικὰς ἐ-
ποχάς, ὡς ἀποτέλεσμα περιοδικῶν αὐτομειώσεων τῆς ἐντάσεως τῆς ἡ-
λιακῆς ἀκτινοβολίας [3].

Ⅴ. Ἡ ἡλιακὴ δράσις καὶ ἡ θερμοκρασία τοῦ αἵρος.

§ 13. — Κατωτέρω θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν μελέτην
τῆς ὑπάρξεως ἢ μὴ συσχετίσεως μεταξὺ τῶν καιρικῶν καὶ κλιμα-
τικῶν μεταβολῶν τῆς συγχρόνου ἐποχῆς καὶ τῶν ἀντιστοίχων με-
ταβολῶν τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Κατὰ τὴν μελέτην ταύτην τίθενται
τρία κυρίως προβλήματα, τὰ ἑξῆς:

α) Αἱ βραχείας διαρκειᾶς μεταβολαὶ τῆς ἡλιακῆς
δράσεως προκαλοῦν καιρικὰς μεταβολὰς ἐπὶ τῆς Γῆς;

β) Ἐντὸς τοῦ ἑνδεκαετοῦς κύκλου τῆς ἡλιακῆς δρά-
σεως ἔχομεν μεταβολὰς τῶν τιμῶν τῶν μετεωρολογικῶν στοιχείων;

γ) Λαμβάνουν χώραν μεταβολαὶ τῶν τιμῶν τῶν μετεω-
ρολογικῶν στοιχείων, σκέειν ἔχουσαι πρὸς τὰς πιθανὰς μεταβολὰς
τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἀπὸ τῆς μιᾶς ἑνδεκαετοῦς περιόδου εἰς
τὴν ἐπομένην;

Ἡ ἀπάντησις μάλιστα εἰς τὸ τελευταῖον τοῦτο ἐρώτη-
μα παρουσιάζει ἰδιαιτέραν σημασίαν καὶ ἀπὸ καθαρῆς ἀστρονομι-
κῆς ἀπόψεως, καθόσον θὰ ὑποβοηθήσῃ εἰς τὴν μελέτην τῶν πιθα-
νῶν μεταβολῶν τῆς ἡλιακῆς δράσεως περιόδου μεγαλυτέρας τῶν
11 ἐτῶν.

Θά ἴδωμεν ποῖαν ἀπάντησιν δίδομεν σήμερον εἰς τὰ

ἐρωτήματα ταῦτα, ἀναγερόμενοι κυρίως εἰς τὴν μεταβλητότητα τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος.

§14.— Ἡ ἀπάντησις εἰς τὸ πρῶτον ἐρώτημα παρουσιάζει ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον διὰ τὴν πρόγνυσιν μέσης κυρίως διαρκείας. Πράγματι, διότι ἂν ὑπῆρχεν ἄμεσος συσχετισμός μεταξὺ τῶν ἀποτόμων μεταβολῶν τῆς ἡλιακῆς δράσεως καὶ τῶν ἐπακολουθοῦσων ἀνωμάλων καιρικῶν μεταβολῶν, τότε αἱ παρατηρήσεις τοῦ Ἡλίου θὰ παρείκον ἀεσαῇ πλέον βάσιν διὰ τὴν πρόγνυσιν διαρκείας ἡμερῶν τινῶν.

Διάφοροι ἐρευνηταί, ὅπως ὁ *Clayton* [7], ὁ *Memery* [25] κ. ἄ. ὑπεστήριξαν κατὰ καιροὺς ἐπιμόνως τὴν ὑπαρξίν τοιαύτης συσχετίσεως. Ἐπίσης καὶ σήμερον διεξάγεται ἀκόμη ἔντονος συζήτησις ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου [15].

Παρά ταῦτα ὅμως τὸ ζήτημα δέν ἔχει εἰσέτι λυθῆ. Σήμερον γνωρίζομεν ὅτι αἱ ἀπότομοι μεταβολαὶ τῆς ἡλιακῆς δράσεως (ἐμφάνισις ἐκλάμψεων κ.τ.λ.) ἐπιδρῶν μετ' ὀλίγον ἐπὶ τῆς ἰονοσφαίρας (ἀποσβέσεις ραδιοκυμάτων, μαχητικαὶ καταιγίδες κ. λ. π.), πλὴν ὅμως ἑκτὸς τῶν προσάτων ἑξαγομένων τῶν *Duall and Duell* περὶ συγχρόνων τινῶν μεταβολῶν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως [45], δέν ὑπάρχει ἐν γένει ἑτέρα θετικὴ ἀπόδειξις τῆς ἐπιδράσεως αὐτῶν ἐπὶ τοῦ καιροῦ.

§15.— Ἐξ ἴσου ἀναπάντητον μένει καὶ τὸ δεῦτερον ἐρώτημα. Πρῶτος ὁ *Körper* τὸ 1873 ἔλαβε μίαν ἀξιόλογον προεπάθειαν διὰ νὰ ἀποδείξῃ τὴν μεταβλητότητα τῆς μέσης ἐτησίᾳς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ *Πετοῦς* κύκλου τῶν κηλίδων. Θεωρῶν οὗτος ἐν σύνολον σταθμῶν τῶν τροπικῶν ζωνῶν εὕρισκε ὅτι τὸ μέγιστον τῆς μέσης ἐτησίᾳς θερμοκρασίας συμβαίνει κατὰ τὸ ἔτος τοῦ ἐλαχίστου τῶν κηλίδων, τὸ δὲ ἐλάχιστον κατὰ τὸ ἔτος τοῦ μεγίστου τῶν κηλίδων. Τὸ εὖρος τῆς μεταβολῆς ταύτης ἀνῆρχετο εἰς $0^{\circ} 73^{\circ} \text{C}$. Εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας ἔχομεν ἐπιβράδυνσιν τῶν ἐποχῶν τοῦ μεγίστου καὶ ἐλαχίστου καὶ μείωσιν τοῦ εὗρους εἰς

Νεώτεροι ἔρευναι τοῦ Nordmann καὶ Mielke ἔκα-
μαν τὸν Köppen νὰ ἔξετάσῃ ἐκ νέου τὸ ζήτημα τὸ 1914 [16]. Εὐρί-
σκει καὶ πάλιν ἀνάλογα συμπεράσματα διὰ τὴν μέσην θερμοκρα-
σίαν ἐνὸς τινῶν σταθμῶν διαφόρων περιοχῶν. Διαπιστοῦται ὅ-
μως συγχρόνως ὅτι ὅταν θεωροῦμεν μεμονωμένους σταθμούς τότε
πλέον ἢ ἐντὸς τοῦ κύκλου τῶν κηλίδων πορεία τῆς μέσης ἐτησίας
θερμοκρασίας μεταβάλλεται, τόσο ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον, ὅσον
καὶ ἀπὸ τόπου εἰς τόπον. Τὸ πρόβλημα δὲν ἔπαυεν ἔντοτε νὰ ἀπα-
σχολῇ τοὺς ἔρευνητάς χωρὶς ἐν ταῦτοις νὰ καταστήναι δυνατόν νὰ λυ-
θῇ ὀριστικῶς.

Μεταξὺ τῶν πλέον προσφάτων ἐρευνῶν ἀναφέρονται
ταὶ τοῦ Baur [2] καὶ Voigt's [27, 28, 29].

Ὁ πρῶτος εὐρίσκει διὰ τὸ ἡμιᾶθροισμα τῶν μέσων ἐ-
τησίων θερμοκρασιῶν τῶν σταθμῶν Αῤῥα καὶ Colombo μίαν δι-
πλὴν κύμανσιν ἐντὸς τοῦ 11ετοῦς κύκλου τῶν κηλίδων, ἥτις μά-
λιστα εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ κύκλου διπλὴν κύ-
μανσιν τῆς ποσότητος $100\left(\frac{F}{F_0} - \frac{L}{L_0}\right)$ ὅπου F, L εἶναι τὰ ἔμβασά των
πυρῶν καὶ κηλίδων κατὰ τὸ θεωρούμενον ἔτος καὶ F_0, L_0 ἀξίαι
τιμαὶ τῶν ἐμβασδῶν τούτων διὰ τὸ ἀπὸ τοῦ 1875 καὶ ἐντεῦθεν χρο-
νικὸν διάστημα, δι' ὃ ὑπάρχουν σχετικαὶ παρατηρήσεις.

Ὁ Voigt's θεωρῶν ἐν πλῆθος σταθμῶν ἐξ' ὁλοκλήρου τῆς
ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δεικνύει ὅτι δι' ἕκαστον ἐξ αὐτῶν κεχωρισμένως
ἔχομεν τῷ ὄντι διπλὴν κύμανσιν τῆς μέσης ἐτησίας θερμοκρασίας
ἐντὸς τοῦ 11ετοῦς κύκλου τῶν κηλίδων, ἀλλ' αἱ ἐποχαὶ τῶν ἀκρῶν
τιμῶν μεταβάλλονται σημαντικῶς ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, ἀκόμη καὶ εἰς
τὸν αὐτὸν τόπον ὅταν θεωροῦμεν δύο διάφορα χρονικὰ διαστήματα
ἔς τε καὶ ἀρκούντως μεγάλα. Ὅστε μέχρι σήμερον δὲν κατέστη δυνατόν
νὰ εὐρεθῇ ὁ ἀκριβὴς νόμος τῆς τυχόν μεταβολῆς τῆς μέσης ἐτησίας
θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ 11ετοῦς κύκλου τῶν κηλίδων.

Τὸ ἀρνητικὸν τοῦτο ἀποτέλεσμα ἤγαγεν τοὺς ἔρευνη-

τάς νά ἐξετάσουν τήν ἐντός τοῦ κύκλου τῶν κηλίδων μεταβλητότητα διαφόρων ἄλλων χαρακτηριστικῶν τῆς ἐτησίᾳς πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος. Οὕτω ἐμελετήθη ἡ μεταβλητότης τῶν χειμερινῶν ἢ θειρινῶν θερμοκρασιῶν, τοῦ ἐτησίου εὗρους κ.ο.κ. Ἐπίσης ἐμελετήθη ἡ συχνότης ἐμφανίσεως τῶν λίαν ψυχρῶν χειμῶνων [2].

Τελικῶς ὁμῶς φαίνεται ὅτι δέν κατέστη ἀνόμη δυνατόν νά εὗρεθῇ μία ἀδιαφιλονίκητος συσχέτισις τῶν μεταβολῶν τῶν διαφορῶν συναρτήσεων τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος μέ τόν κύκλον τῶν κηλίδων, ἐνῶ ἀντιθέτως ὑπάρχει λίαν σαφής συσχέτισις τοῦ κύκλου τούτου πρός ἄλλα τινά γεωφυσικά φαινόμενα, ὅπως λ.χ. τὰς μεταβολάς τῆς ἐντάσεως τοῦ γηίνου μαγνητισμοῦ πεδίου, κ.ο.κ.*

§16. — Τέλος ἐμελετήθη ἡ μεταβλητότης τῶν τιμῶν τῶν μετεωρολογικῶν στοιχείων κατὰ μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα λ.χ. ἀπό 5ετίας εἰς 5ετίαν, 10ετίας εἰς 10ετίαν κ.ο.κ.

Μεταξὺ τῶν πλέον προεσάτυν τοιαύτων ἐρευνῶν ἀναγέρομεν τὰς τοιαύτας τοῦ Willež [43], Lysgaard [48] κ. ἄ.

Κατὰ τὰς ἐρεῦνας ταύτας, τὰ χρονικά διαστήματα εἰς τὰ ὁποῖα ἀναγέρονται αἱ μέσαι τιμαί, λαμβάνονται ἐν γένει ἀσκέτως πρός τοὺς διαδοχικούς κύκλους τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Τοιαυτοτρόπως ὁμῶς εἰς τήν τυχόν ὑπάρχουσαν μεταβολήν, ἐπιπροστίθεται καί ἡ τοιαύτη ἡ ἐντός τοῦ κύκλου τῶν κηλίδων, ἣτις ὅπως εἶδομεν προηγουμένως, πρός τό παρόν τὸ εὐχέλιστα,

* Ἐξ ἴσου ἄλυτον παραμένει εἰσέτι καί τό πρόβλημα τοῦ μηχανισμοῦ καθ' ὃν θά ἠδύναντο νά ἐπιδροῦν αἱ μεταβολαί τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἐπὶ τῶν γηίνων μετεωρολογικῶν φαινομένων. Ἰδίᾳ ἀφ' ὅτου αἱ ἐρευναι τοῦ Αἰδoož δέν κατέστη δυνατόν νά γέρουν εἰς γῶς σημαντικάς μεταβολάς τῆς ἡλιακῆς σταθερᾶς, τὰ δέ ἐξαγόμενα τοῦ Ρεῖτιζ τὰ σχετιζόμενα μεταβολάς εἰς τό ἐγγύς ὑπεριώδες τμήμα τοῦ ἡλιακοῦ φάσματος ($3200 \text{ \AA}$) προεκάλεσαν σοβαράς ἀντιρρήσεις [20].

δέν ἀπεδείχθη μή ὑπάρχουσα.

Λυριβῶς ἀπό τῆς ἀπόψεως αὐτῆς παρουσιάζει ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον ὁ τρόπος ἐρεύνης τοῦ κ. Ξανθάκη. Οὗτος δηλαδή μελετᾷ τὴν μεταβλητότητα τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως, ἐκλέγων τὰς περιόδους ὡς αὗται ἀναγράφονται εἰς τὸν πίνακα I. Τοιοῦτο τρόπος ἐξαλείφεται ἢ τυχόν ὑπάρχουσα κύμανσις τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ κύκλου τῶν κηλίδων καὶ συνελπῶς δυνάμεθα πλέον νὰ μελετήσωμεν τὰς μεγαλυτέρας περιόδου μεταβολᾶς τῆς θερμοκρασίας καὶ νὰ διαπιστώσωμεν τυχόν συσχετίσιν αὐτῶν πρὸς τὰς ἀπὸ κύκλου εἰς κύκλον ἐνδεχομένας μεταβολὰς τῆς ἡλιακῆς δράσεως.

Εἶδομεν ὅμως ὅτι ἤδη κατὰ τὴν μελέτην τῆς μεταβλητότητος τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ κύκλου τῶν κηλίδων, ἤχθησαν νὰ ἐξετάσων τὴν μεταβλητότητα ὅχι μόνον τῆς μέσης ἔτησις θερμοκρασίας, ἀλλὰ καὶ διαφόρων ἄλλων συναρτήσεων αὐτῆς, ὅπως λ.χ. τῶν χειμερινῶν καὶ θερινῶν θερμοκρασιῶν κ.ο.κ.

Ἀνάλογόν τι πράττει καὶ ὁ κ. Ξανθάκης ὅστις δέν περιορίζεται εἰς μόνην τὴν μελέτην τῆς ἀπὸ κύκλου εἰς κύκλον τῆς ἡλιακῆς δράσεως μεταβλητότητος τῆς μέσης ἔτησις θερμοκρασίας, ἀλλὰ ζητεῖ νὰ εὕρῃ ὅλα ἐκεῖνα τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς ἔτησις πορείας μεγέθη, τὰ ὅποια παρουσιάζουν ἀξιοσημειώτους μεταβολὰς.

Πράγματι δέ, τῇ βοήθειᾳ ὠρισμένων ἐκέδων μεταξὺ τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν τοῦ ἀέρος τὰς ὁποίας εὕρισκει οὗτος ἐμπειρικῶς, κατορθώνει, ὡς ἑνὸς μὲν νὰ δώσῃ (§23) μίαν νέαν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἔτησις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, ἀνεξόρτητον τῆς ὑπὸ τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως παρεχομένης, ὡς ἑτέρου δέ νὰ ἀνεύρῃ (§31) πλεῖστα τοιαῦτα χαρακτηριστικὰ τῆς ἔτησις πορείας μεγέθη τὰ ὅποια πα-

ρου
αι
βλ
α
ωμ
τῶν

τα
τα
θα
δια
τά
υτι
θερ
δι
ρα
κόν

κῆς
εἰς
τῆς
κ. Ξ
μέθο
θα
μεθ
τε
τό

τῆς
σεως,
3

ρουσιάζουν ἀξιολόγους μεταβολάς ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Τοιοῦτοτρόπως καθίσταται δυνατὴ ἡ μελέτη τῆς μεταβλητότητος τοῦ συνόλου πλεον τῆς ἐτησίαις πορείας καὶ ἥτις, ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὰ προηγουμένως λεχθέντα (56), μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μελετήσωμεν καὶ τὴν τυχόν μεταβλητότητα τῆς ἐπιδράσεως τῶν παραγόντων τῶν διαμορφούντων τὴν ἐτησίαν πορείαν.

§17. - Εἰς τὴν παρούσαν μελέτην συνεχίζομεν τὰς ἐρεῦνας ταύτας ἐπὶ τῆς ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως μεταβλητότητος τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, κατὰ τὴν ὑπὸ τοῦ κ. Ξανθάκη δοθεῖσαν νέαν κατεύθυνσιν, ἥτις σὺν τοῖς ἄλλοις παρουσιάζει ἐνδιαφέρον καὶ ἀπὸ καθαρῶς ἀστρονομικῆς ἀπόψεως, διότι συνδέει κατὰ τρόπον ἄμεσον τὰς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος μὲ τὴν ἡλιακὴν ἀκτινοβολίαν [33, 34] καὶ συνεπῶς θὰ ἡδύνατό τις, ἐκ τῆς μελέτης τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, νὰ συναγάγῃ ἀνάλογα συμπεράσματα καὶ διὰ τὴν ἡλιακὴν ἀκτινοβολίαν, τῆς ὁποίας αἱ ἄμεσοι ἀκριβεῖς παρατηρήσεις περιορίζονται, ὡς γνωστόν, εἰς βραχὺ σχετικῶς χρονικὸν διάστημα.

Τὴν μελέτην μας διαιροῦμεν εἰς δύο κεφάλαια :

Εἰς τὸ πρῶτον μελετῶμεν τὸ πρόβλημα τῆς μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς ἐτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας. Ἐκθέτομεν δηλαδή τὰς γενικὰς ἀρχὰς τῆς διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως καὶ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη μαθηματικῆς ἐκφράσεως αὐτῆς καὶ δίδομεν μίαν νέαν μέθοδον διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν σταθερῶν τῶν τύπων τοῦ κ. Ξανθάκη. Ἀκολούθως δὲ προβαίνομεν εἰς τὴν σύμψυξιν τῶν ὑπὸ τῶν δύο μεθόδων παρεχομένων προσεγγίσεων καὶ ἀποδεικνύομεν ὅτι ἀμφοτέραι κέκτληνται τὸν αὐτὸν βαθμὸν ἀκριβείας, ἐν σχέσει φυσικῶς πρὸς τὸ πλῆθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν.

Εἰς τὸ δεύτερον κεφάλαιον μελετῶμεν τὰς μεταβολὰς τῆς ἐτησίαις πορείας, ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως, εἰς τοὺς τρεῖς σταθμούς τῆς Κεντρικῆς Εὐρώπης, Βιέννην,

Πράγαν καί Βερολῖνον διά τούς ὁποίους δπάρχουν μαυραί σει-
ραί παρατηρήσεων. Ἐν τούτων ἡ Πράγα καί τό Βερολῖνον μελε-
τῶνται (διά τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη φυσικά) διά πρώτην φο-
ράν παρ' ἡμῶν, ἐνῶ διά τήν Βιέννην καθώς καί διά τόν εἰς τό πρῶ-
τον μεγάλαιον χρησιμοποιούμενον σταθμόν τῆς Κοπερχάγης ἐπανε-
λήθη ὁ ὑπό τοῦ κ. Ξανθάκη γινόμενος ὑπολογισμός τῶν σταθε-
ρῶν, διότι διά τῆς χρήσεως τῆς ἡμετέρας μεθόδου προέκυψαν αἰσθη-
ταί τινες βελτιώσεις τῶν τιμῶν τῶν σταθερῶν τούτων.

Αἱ χρησιμοποιηθεῖσαι τιμαί τῶν θερμοκρασιῶν διά
τήν Βιέννην (1776-1944), Βερολῖνον (1776-1933) καί Κοπερχά-
γην (1799-1944) ἐλήθησαν ἐκ τοῦ προαναφερθέντος *World Weather
Records*. Ὅσον ἀφορᾷ τᾶς θερμοκρασίας διά τήν Πράγαν (1776-1944)
αὗται ἐλήθησαν ἐκ τοῦ *Mezeorologische Zeitschrift*. [14, 24].

ποῖον
ἐτησίαν
δωμεν
μεθόδον
θα δύ

ἔκτρα

ἀναλυ-
συνάμ-
εἰδικῶ-
πολυα-
πληρο-

Ἀποδε-
σα τήν
νη δι' ἡ

* κατὰ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΦΡΑΣΙΣ ΤΗΣ ΕΤΗΣΙΑΣ ΠΟΡΕΙΑΣ.

Ι. Κριτήρια διά τήν ἐκλογήν τῆς καλυτέρας μαθημα- τικῆς ἐκφράσεως.

§18.— Εἰς τήν εἰσαγωγὴν εἶδομεν τό ἐνδιαφέρον τό ὁ-
ποῖον παρουσιάζει ἡ εὕρεσις καταλλήλου μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς
ἐτησίᾳς πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος. Ἐπειδή δέ, ὅπως θά ἴ-
δωμεν, δύναμεθα νά ἐπιτύχωμεν μίαν τοιαύτην ἐκφρασιν διά πολλῶν
μεθόδων, θά πρέπει νά ἐξετάσωμεν καί ἀρχήν, βάσει τίνων κριτηρίων
θά δυνηθῶμεν νά ἐκλέξωμεν τήν ἐξ αὐτῶν καταλληλοτέραν.

Τό πρῶτον κριτήριον ἀφορᾷ τήν κατὰ τήν τοιαύτην
ἐκφρασιν ἐπιτυχανομένην προσέγγισιν.

Ἄν δηλαδή θεωρήσωμεν μίαν συνάρτησιν $f(x)$ γνωστῆς
ἀναλυτικῆς ἐκφράσεως, ὥρισμένην ἐντός ἐνός διαστήματος (α, β) ,
δυνάμεθα, ὡς γνωστόν, νά εὕρωμεν διαφόρους συναρτήσεις $f_k(x)$
εἰδικῶν μορφῶν (τριγωνομετρικά πολυώνυμα ἢ σειραί, ἀλγεβρικὰ
πολυώνυμα κ.ο.κ.) αἱ ὁποῖαι παριστοῦν* ἐντός τοῦ (α, β) τήν $f(x)$
πληροῦσαι συγχρόνως καί τήν συνθήκην:

$$\int_{\alpha}^{\beta} [f(x) - f_k(x)] dx = 0$$

Ἀποδεικνύεται τότε [42] ὅτι, ὑπό ὥρισμένας προϋποθέσεις, ἡ παρέχου-
σα τήν καλυτέραν παράστασιν τῆς $f(x)$ ἐντός τοῦ (α, β) εἶναι ἐκεί-
νη δι' ἣν τό ὅλοκλήρωμα:

* κατὰ ἀποδείξειν

$$I = \int_a^b [f(x) - f_k(x)]^2 dx$$

καθίσταται ελάχιστον. Χάριν βραχυλογίας, θά λέγουμεν ὅτι ἡ συνάρτησις αὕτη εἶναι ἡ παρέχουσα τὴν καλυτέραν «τετραγωνικὴν προσέγγισιν».

Ἀναλόγως ἂν θεωρήσωμεν μίαν «ἐμπειρικὴν» συνάρτησιν $y = F(x)$, ἥτοι μίαν συνάρτησιν τῆς ὁποίας εἶναι γνωσταὶ μόνον αἱ τιμαὶ $y_1, y_2, \dots, y_n$ αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὰς τιμὰς $x_1, x_2, \dots, x_n$ τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς, τότε δυνάμεθα καὶ πάλιν νὰ εὕρωμεν πολλὰς συναρτήσεις $F_k(x)$ εἰδιων μορφῶν, αἵτινες παριστοῦν τὴν $F(x)$, πληροῦσαι συγχρόνως καὶ τὴν σχέσιν:

$$\sum_{v=1}^n [F(x_v) - F_k(x_v)] = 0$$

Ἀποδεικνύεται ὅμως [42] ὅτι, ὑπὸ ὁρισμένας φυσικὰς προϋποθέσεις, θά θεωρῇται ὡς παρέχουσα τὴν καλυτέραν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς δοθείσης ἐμπειρικῆς συναρτήσεως, ἡ μείνη δι' ἣν ἡ παράστασις:

$$J = \sum_{v=1}^n [F(x_v) - F_k(x_v)]^2$$

καθίσταται ελάχιστη. θά λέγουμεν καί πάλιν, χάριν βραχυλογίας, ὅτι ἡ συνάρτησις αὕτη παρέχει τὴν καλυτέραν «τετραγωνικὴν προσέγγισιν». Μάλιστα δέ θά λέγουμεν ὅτι ἡ προσέγγισις αὕτη εἶναι τόσον μεγαλυτέρα ὅσον ἡ τιμὴ τοῦ J εἶναι μικρότερα.

Σημειωτέον ὅτι ὑπάρχουν συγχρόνως καὶ ἄλλα κριτήρια. Οὕτω μᾶς ἐνδιαφέρει κατ' ἀρχὴν ἡ ἐκλεγθεμένη μαθηματικὴ ἔκφρασις νὰ ἔχη κατάλληλον μορφήν. Συμμευριμένως θά εἶναι καλόν νὰ εἶναι αὕτη μία περιοδικὴ συνάρτησις, ἂς οὐ πρόκειται νὰ παρastreῶμεν δι' αὐτῆς τὴν πορείαν ἑνὸς περιοδικοῦ, ἐν γενικαίς τοῦλάχιστον γραμμαῖς, φαινομένου, ὡς ἡ ἔτρεία πορεία τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος.

Ἐπίσης θά πρέπει νὰ περιέχῃ κατὰ τὸ δυνατόν μικρότερον πλῆθος προσδιοριστέων σταθερῶν, ἂς οὐ τότε θά παρέχῃ

συνοπτικώτεράν εικόνα του φαινομένου. Σημειωτέον ότι, όπως θα ἴδωμεν, ἡ μείωσις τοῦ πλήθους τῶν προσδιοριστέων σταθερῶν τῆς ἐκφράσεως συνεπάγεται καί μείωσιν τῆς δι' αὐτῆς ἐπιτυγχανομένης προσεγγίσεως. Ἀκριβῶς δέ τὸ πρόβλημα ἔγκειται εἰς τὴν ἐκλογὴν τῆς ἐκφράσεως ἐκείνης, ἥτις ἔχει τὸ μικρότερον πλήθος προσδιοριστέων σταθερῶν, παρέχουσα συγχρόνως καὶ ἱκανοποιητικὴν προσέγγισιν.

Τέλος θὰ πρέπη νὰ ἐπιδιώξωμεν ὥστε, τόσον ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ x , ὅσον καὶ αἱ σταθεραὶ τῆς μαθηματικῆς ταύτης ἐκφράσεως, νὰ μὴν εἶναι ἄλλ᾽ μαθηματικὰ κατασκευάσματα κατ' ἄλληλα μόνον διὰ μίαν καλὴν τετραγωνικὴν προσέγγισιν παρέχουσαν ἐκφράσιν τῆς ἑτησίᾳ πορείας, ἀλλὰ νὰ ἐνδύνωνται πρὸς φυσικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς ἑτησίᾳ πορείας, οὕτως ὥστε νὰ διευκολύνεται ἡ χρησιμοποιοῦσις τῆς ἐκφράσεως ταύτης διὰ τὴν ἐπίτευξιν τῶν εἰς τὰς παραγράφους 6 καὶ 16 ἐπιτεθέντων σκοπῶν.

II. Ἡ μέθοδος τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως.

§ 19.— Ὅπως ἐλέχθη προηγουμένως διὰ τὴν μαθηματικὴν ἐκφράσιν τῆς ἑτησίᾳ πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἶναι προτιμώτερον νὰ χρησιμοποιήσωμεν περιοδικὰς συναρτήσεις.

Τοῦτο ἀκριβῶς πράττομεν κατὰ τὴν διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως μαθηματικὴν ἐκφράσιν αὐτῆς, καθ' ἣν ἐκφράζομεν ταύτην διὰ τριγωνομετρικῶν πολυωνύμων τῆς μορφῆς:

$$(4) \quad \Pi_m(x) = A_0 + A_1 \sin x + B_1 \eta \mu x + \dots + A_m \sin(mx) + B_m \eta \mu(mx)$$

Εἶναι δηλαδὴ γνωστὸν ὅτι, ἐάν θεωρήσωμεν μίαν ἐμπειρικὴν συνάρτησιν $y=f(x)$ τῆς ὁποίας μᾶς δίδονται αἱ τιμαί:

$$(5) \quad y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$$

αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὰς τιμὰς:

$$(6) \quad x_k = \theta \cdot k, \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad \theta = \frac{2\pi}{n+1}$$

τοῦ x τοῦ διαστήματος $(0 \dots 2\pi)$, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν εὐκόλως μίαν ἀκριβῆ μαθηματικὴν ἐκφράσιν αὐτῆς δι' ἑνὸς τριγωνομετρικοῦ πολυωνύμου τῆς μορφῆς (4) μέ $(n+1)$ ὅρους.

Πράγματι, ἀρκεῖ πρὸς τοῦτο νὰ θεωρήσωμεν τὸ σύστη-

Συνεπώς δοθείσης της εμπειρικής συναρτήσεως $y=f(x)$ δυνάμεθα, ούσδεποτε ὄντος τοῦ n , νά εὑρωμεν ἓν πολυώνυμον:

(10) $P_n(x) = a_0 + a_1 \sin x + b_1 \eta \mu x + \dots + a_n \sin(nx) + b_n \eta \mu(nx)$
 τῆς μορφῆς (4) μέ $n+1$ ὅρους τό ὁποῖον μάς παρέχει τήν ἀκριβή μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς $f(x)$, τό ὁποῖον δηλαδή διὰ τὰς τιμάς (6) τοῦ x λαμβάνει τὰς τιμάς (5).

Τό πολυώνυμον τοῦτο ὅμως περιέχει πολυαρίθμους προσδιοριστέας σταθεράς, ἐνῶ, ὡς ἐλέχθη, μὲς ἐνδιαφέρει νά εὑρωμεν μίαν ἔστω καί κατὰ προσέγγισιν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῶν εμπειρικῶν συναρτήσεων, περιέχουσάν ὅμως κατὰ τό δυνατόν ὀλιγωτέρας τοιαύτας.

Ἐξεταστέον λοιπόν ἥν εἶναι δυνατόν νά εὑρεθῇ μαθηματικὴ ἔκφρασις τῆς $f(x)$ διὰ τριγωνομετρικοῦ πολυνύμου τῆς μορφῆς (4) ἔχοντος ὅρους πλήθους $2m+1 < n+1$ κατὰ τό δυνατόν μικροτέρου καί παρέχοντος συγχρόνως τήν μεγαλυτέραν δυνατὴν τετραγωνικὴν προσέγγισιν, ἔνδεξις φυσικά πρὸς τό πλήθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν.

Πρὸς τοῦτο δὲν ἔχομεν παρὰ νά θεωρήσωμεν καί πάλιν τό σύστημα (7) καί νά τό ἐπιλύσωμεν δι' ἐκάστην τιμήν τοῦ m ($0 < m < n$) διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

Ἀποδεικνύεται ὅμως εὐκόλως [42] ὅτι οὔδεποτε ὄντος τοῦ m αἰρίζαι τοῦ συστήματος τούτου $A_0, A_1, A_2, \dots, A_m, B_1, B_2, \dots, B_m$ παρέχονται καί πάλιν ἀπό τούς τύπους (8) ἥτοι ἔχομεν:

$$A_0 = a_0, \quad A_k = a_k, \quad B_k = b_k, \quad k=1, 2, \dots, m.$$

Ἐχομεν συνεπώς τό ἐξῆς σπουδαιότατον συμπέρασμα:

Ἄν μάς δοθῇ ἡ εμπειρικὴ συνάρτησις $f(x)$ καί ζητοῦμεν τήν διὰ τριγωνομετρικοῦ πολυνύμου τῆς μορφῆς (4) μαθηματικὴν ἔκφρασιν αὐτῆς, τότε ἀρκεῖ νά σχηματίσωμεν τό πολυνύμον:

$$(11) \quad P_m(x) = a_0 + a_1 \sin x + b_1 \eta \mu x + \dots + a_m \sin(mx) + b_m \eta \mu(mx)$$

τοῦ ὁποῖου οἱ ἀντελεσταί παρέχονται ὑπὸ τῶν τύπων (8), ὁπότε:

α) Διὰ πάσαν τιμήν τοῦ m ($0 < m < n$) τὸ πολυώνυμον τοῦτο παρέχει διὰ τὴν $f(x)$ τὴν καλυτέραν τετραγωνικὴν προσέγγισιν ἀπὸ ὅλα τὰ πολυώνυμα τῆς μορφῆς (4) μὲ ἰσαριθμοὺς ὅρους.

β) Αὐξανόμενου τοῦ m αὐξάνει καὶ ἡ ὑπὸ τοῦ $P_m(x)$ παρεχομένη κατὰ τὴν ἔκφρασιν τῆς $f(x)$ τετραγωνικὴ προσέγγισις.

Ἀποδεικνύεται τῷ ὄντι [42] ὅτι θέτοντες:

$$(12) \quad J_m = \sum_{k=0}^n \left[f(x_k) - P_m(x_k) \right]^2$$

ἔχομεν:

$$(13) \quad J_{m-1} - J_m = \begin{cases} \frac{n+1}{2} (a_m^2 + b_m^2) & \text{διὰ } m \leq \frac{n}{2} \\ (n+1) a_m^2 & \text{διὰ } m = \frac{n+1}{2} \text{ (} n \text{ περιττός)} \end{cases}$$

γ) Ὅταν λάβωμεν $m=n$, τότε ἔχομεν τὴν ἀκριβῆ πλέον μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς $f(x)$, ἥτοι εἶναι $J_n=0$

Ἡ διὰ τῶν πολυωνύμων $P_m(x)$ μαθηματικὴ ἔκφρασις τῆς ἐμπειρικῆς συναρτήσεως $f(x)$ καλεῖται καὶ ἁρμονικὴ ἀνάλυσις αὐτῆς.

§ 20. — Ἡ μέθοδος τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως ἐχρησιμοποιήθη ἀπὸ μαυροῦ καὶ διὰ τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίας πορείας τόσον τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, ὥσον καὶ πλείστων ἄλλων μετεωρολογικῶν στοιχείων. Διὰ τὴν καταστάξιν δυνατὴ ἡ ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου αὐτῆς, θὰ πρέπη φυσικὰ νὰ ἐκλεγῇ πρῶτον καταλλήλως ἢ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ. Οὕτω, εἰς θεωρήσωμεν τὴν ὑπὸ τῶν 12 μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν T_i , $i=1, 2, \dots, 12$, παρεχομένην ἐτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, διὰ τὴν, διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως, μαθηματικὴν ἔκφρασιν αὐτῆς χρησιμοποιοῦμεν ὡς ἀνεξάρτητον μεταβλητὴν μίαν μεταβλητὴν x μεταβαλλομένην οὕτως ὥστε εἰς τὰς 12 τιμὰς T_i νὰ ἀντιστοιχαῖναι τιμαί:

$$(14) \quad x_i = 30^\circ i - 30^\circ \quad i^* = 1, 2, \dots, 12$$

* Τὸ σύμβολον i ἐνταῦθα λαμβάνεται ὡς παράμετρος καὶ συνεπῶς οὐδεμίαν ἔχει πρὸς τὴν φανταστικὴν μονάδα.

αὐτῆς. Τοιοῦτοτρόπως δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν τὰ προηγουμένως ἐκ-
τεθέντα. Οὕτω, ἐπειδὴ ἐνταῦθα εἶναι $n+1=12$, $\theta=30^\circ$ καὶ $k=i-1$, ἔ-
χω δι' ἐφαρμογῆς τῶν τύπων (9):

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_0 = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} T_i = T_m \\ a_r = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{12} T_i \sin [(30i-30)r] = p_r \\ b_r = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{12} T_i \eta\mu [(30i-30)r] = q_r \\ a_e = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (-1)^{i-1} \cdot T_i = p_e \\ b_e = 0 = q_e \end{array} \right. \quad r=1,2,\dots,5$$

Ἄν συνελπῶς ἐκηματίσω διὰ τῶν 12 αὐτῶν σταθερῶν
τὸ πολυώνυμον:

$$(16) \quad P_e = T_m + \sum_{r=1}^5 \left[p_r \sin [(30i-30)r] + q_r \eta\mu [(30i-30)r] \right] + p_e \sin [180(i-1)]$$

τοῦτο παρέχει τὴν ἀκριβῆ μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς
ἐτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος. Δηλαδή διὰ $i=1,2,\dots,12$
καθίσταται διαδοχικῶς ἴσον πρὸς $T_1, T_2, \dots, T_{12}$ (ἐντός τῶν ὁρίων φυσί-
κα τῶν κατὰ τὰς πράξεις χρησιμοποιουμένων ἀριθμητικῶν προσ-
εγγίσεων).

Τὸ πολυώνυμον ὅμως τοῦτο P_e περιέχει πολυαριθμούς
σταθεράς. Ὅς ἐκ τούτου ἐν τῇ πράξει χρησιμοποιοῦνται τὰ πολυ-
ώνυμα:

$$(17) \quad P_\mu = T_m + \sum_{r=1}^{\mu} \left[p_r \sin [(30i-30)r] + q_r \eta\mu [(30i-30)r] \right] \quad 1 \leq \mu \leq 5$$

τὰ ὁποῖα ἔχουν ὀλιγωτέρας προσδιοριστίας σταθεράς καὶ μᾶς παρέ-
χουν μίαν κατὰ προσέγγισιν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίαις πορείας.

Ἡ χρῆσις ἄλλωστε τῶν πολυωνύμων τούτων P_μ ἀντὶ τοῦ

P_c δικαιολογείται και εκ του γεγονότος ότι λόγω των ελασμάτων παρατηρήσεως και αυτά αι τιμαί των T_i μάς είναι κατά μίαν ὀρισμένην προσέγγισιν μόνον γνωσταί.

Συνήθως χρησιμοποιούνται τα P_2 και P_3 τα ὁποῖα περιέχουν ἱκανοποιητικὴν προσέγγισιν καὶ περιέχουν ἀντιστοίχως 5 καὶ 7 προσδιοριστέας σταθεράς.

Τὰ πολυώνυμα P_μ δύνανται νὰ γραφθοῦν καὶ ὑπὸ τὴν ἑξῆς μορφήν:

$$(18) \quad P_\mu = T_m + \sum_{r=1}^{\mu} R_r \eta_\mu [(30i-30)r + q_r] \quad 1 \leq \mu \leq 5$$

ἐνθα:

$$(19) \quad R_r = \sqrt{P_r^2 + q_r^2} \quad \text{καὶ} \quad \epsilon q q_r = \frac{P_r}{q_r}$$

Διὰ τῆς τοιαύτης γραφῆς των μάλιστα ἐμφανίζεται ἡ ἔτησία πορεία τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος ὡς συνισταμένη ἡμιτονοειδῶν κυμάνσεων μὲ περιόδους ἀντιστοίχως $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ κ.λ. ἑτῶν, ὧν τὰ πλάτη καὶ αἱ φάσεις εἶναι ἀντιστοίχως $R_1, R_2, \dots, q_1, q_2, \dots$. Αἱ κυμάνσεις αὗται καλοῦνται ἐνίοτε καὶ ἔτησιον, ἡμιετήσιον κ.τ.λ. κύματα.

Πρὶν κλείσωμεν τὴν παράγραφον ταύτην, ἐπαναλαμβάνομεν ὅτι συμφῶνως πρὸς τὰ προαναφερθέντα:

Ἄπαξ καὶ ἐκλέξομεν τὴν ἀνεξάρτητον μεταβλητὴν κατὰ τὸν διὰ τὴν ἐκλογὴν τῆς x ἀναφερθέντα τρόπον, ἀφ' ἑνός, καὶ ἀφ' ἑτέρου ἐπιζητῶμεν τὴν διὰ πραγματομετριῶν πολυωνύμων τῆς μορφῆς (4) μὲ $2\mu+1$ ὅρους μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἔτησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος ἐν τῷ συνόλῳ τῆς, τότε τὴν μεγαλυτέραν τετραγωνικὴν προσέγγισιν μάς παρέχει τὸ ἀντίστοιχον πολυώνυμον P_μ τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως. Μάλιστα δὲ ἡ δι' αὐτοῦ ἐπιτυγχανομένη τετραγωνικὴ προσέγγισις αὐξάνει αὐξανομένου τοῦ μ . Συμμεριζομένως κατὰ τὸν τύπον (13) μεταβαίνοντες ἀπὸ τοῦ $P_{\mu-1}$ εἰς τὸ P_μ ἔχομεν ἐλάττωσιν τοῦ $J_{\mu-1}$ κατὰ $6(P_\mu^2 + q_\mu^2) = 6R_\mu^2$ διὰ $\mu \leq 5$

καὶ κατὰ $12p_6^2 = 12R_6^2$ διὰ $\mu=6$.

§21. — Εἰς τὸν πίνακα II, εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης, παρέχονται αἱ εἰς τὰς ἀπὸ τοῦ 1776 καὶ ἐντεῦθεν περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τῶν σταθερῶν $T_m, R_1, R_2, R_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ διὰ τοὺς μελετωμένους ἐνταῦθα σταθμούς.

Αὗται ὑπελογίσθησαν βάσει τῶν τύπων (15)*.

III. Ἡ μέθοδος τοῦ Καθηγητοῦ κ. Ξανθάκη.

§22. — Ἡ μαθηματικὴ ἔκφρασις τῆς ἐτησίαις παρίαιας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως παρουσιάζει ὀρισμένα μειονεκτήματα. Δύο ἐξ αὐτῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

α) Ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ x τὴν ὁποίαν χρησιμοποιοῦμεν κατ' αὐτὴν οὐδεμίαν ἔχει φυσικὴν σημασίαν. Πράγματι, ἐν πρώτης ὥσεως φαίνεται ὅτι αὕτη μεταβάλλεται ἀναλόγως τοῦ χρόνου· πλὴν ὅμως οὐδὲ τοῦτο ἱσχύει ἀπολύτως. Οὕτω αἱ τιμαὶ αὐτῆς αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὰς διαδοχικὰς μέσας μηνιαίας θερμοκρασίας διαφέρουν κατὰ 30° . Ἄν ὅμως, ὅπως καὶ εἰσηληρῶς πρότερον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, θεωρήσωμεν τὰς μέσας μηνιαίας θερμοκρασίας ὡς ἀντιπροσωπευούσας τὰς θερμοκρασίας τῆς μέσης ἡμέρας τοῦ ἀντιστοίχου μηνός**, τότε αἱ διαδοχικαὶ μέσαι μηνιαῖαι θερμοκρασίαι ἀντιστοιχοῦν εἰς χρονικὰς στιγμὰς μὴ ἰσαπέχουσας. Οὕτω, ἐνῶ ἀπὸ τοῦ μέσου τοῦ Φεβρουαρίου ἐνός μοι-

* Σημειωτέον ὅτι ἔχουν δοθῇ πλείστα μέθοδοι διὰ τὴν ἀπλοῦστευσιν τῶν σχετικῶν ὑπολογισμῶν [41, 42].

** Πρέπει νὰ σημειωθῇ ὅτι τοῦτο δὲν ἱσχύει ἐν γένει. Ἡ μέση θερμοκρασία τῆς μέσης ἡμέρας ἐκάστου μηνός διαφέρει ἐν γένει τῆς ἀντιστοίχου μέσης μηνιαίας θερμοκρασίας. Μάλιστα δὲ ἔχον προταθῇ ὑπὸ διαφόρων ἐρευνητῶν καὶ τύποι διὰ τῶν ὁποίων δυνατόμεθα ἐκ τῶν 12 μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν νὰ εὑρωμεν τὰς μέσας θερμοκρασίας τῆς μέσης ἡμέρας ἐκάστου μηνός [12].

νοῦ ἔτους (0^{ω} 15/2) μέχρι τοῦ μέσου τοῦ Μαρτίου (12^{ω} 16/3) παρέρχονται 29,5 μ.ἡ.ἡ., ἀπὸ τοῦ μέσου τοῦ Ἰουλίου (12^{ω} 16/7) μέχρι τοῦ μέσου τοῦ Αὐγούστου (12^{ω} 16/8) παρέρχονται 31 μ.ἡ.ἡ.. Εἰς ἀμφοτέρας ὁμοῦ τὰς περιπτώσεις ἡ μεταβολὴ τοῦ x εἶναι 30° .

Τὸ μειονέκτημα τοῦτο τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως εἶχεν ἐπισημανθῇ ἀπὸ μακροῦ. Διὰ τὴν ἐπιλείψην δὲ ἐπροτάθη ἡ χρησιμοποίησις τῶν ἴσης διαρκειᾶς ἢ κανονικῶν μηνῶν ἐν 30.44 μ.ἡ.ἡ. ἐκάστου. Οἱ de Forest καὶ Angot μάλιστα ἔδωσαν τύπους, διὰ τῶν ὁποίων δυνάμεθα, ἐκ τῶν 12 μέσων θερμοκρασιῶν τῶν συνηθῶν μηνῶν νὰ εὕρωμεν τὰς τοιαύτας τῶν «κανονικῶν» μηνῶν καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων πλέον νὰ ἐφαρμόσωμεν τοὺς τύπους τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως [12]. Εἶναι εὐνόητον ὁμοῦ ὅτι ἡ χρησιμοποίησις τῆς μεθόδου ταύτης εἶναι ἐπιπλέον.

Τὸ ὀρθότερον εἶναι νὰ ἐκγράψωμεν τὴν ἔτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος συναρτήσει μιᾶς μεταβλητῆς ἐκ τῆς ὁποίας ἐξαρτᾶται αὕτη φυσικῶς. Ὅπως εἶδομεν ὁμοῦ εἰς τὴν εἰσαγωγὴν (§ 4-5) ἡ ἐπὶ τῶν ὁρίων τῆς γηϊνῆς ἀτμοσφαίρας προσπίπτουσα ἡλιακὴ ἀκτινοβολία, ἥτις καὶ δίδει τὸν πρωτεύοντα τόνον εἰς τὴν ἔτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος, εἶναι συνάρτησις τοῦ μήκους L τοῦ Ἡλίου. Εἶναι συνεπῶς λογικόν, νὰ ἐπιχειρήσωμεν νὰ ἐκγράψωμεν καὶ τὴν ἔτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος συναρτήσει τῆς αὐτῆς μεταβλητῆς L .

Τοιοῦτὸ τρόπον ἄλλωςτε διευκολύνεται καὶ ἡ ἐργασία τῶν ὑπὸ τῆς ἐκείνης (§ 3) παρεχομένων θερμοκρασιῶν πρὸς τὰς παρατηρηθείσας τοιαύτας, ἥτις, ὅπως εἶδομεν (§ 6), παρουσιάζει ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον. Τὰ ἀνωτέρω συνηγοροῦν ὑπὲρ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς μεταβλητῆς L ὡς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς διὰ τὴν μαθηματικὴν ἐκφράσιν τῆς ἔτησίαν πορείαν τῆς θερμο-

κρασίας του αέρος ἀντί τῆς $\underline{x}^*$.

β) Αἱ σταθεραὶ τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ἡ ἀρμονικὴ ἀνάλυσις, οὐδεμίαν ἔχουν, ἐκ πρώτης τοῦλάχιστον ὥσεως, φυσικὴν σημασίαν. Πράγματι, πλην τῆς T_m ἣτις παριστᾷ τὴν μέσιν ἐτησίαν θερμοκρασίαν, αἱ λοιπαὶ φαίνεται νὰ εἶναι ἀπλῶς μαθηματικὰ κατασκευάσματα κατὰλληλα μόνον, ἐκ κατασκευῆς, νὰ περιγράφουν μὲ καλὴν τετραγωνικὴν προσέγγισιν τὴν ἐτησίαν πορείαν τῆς θερμοκρασίας τοῦ αέρος**.

Ὡς, ὅπως εἶδομεν, εἶναι πολὺ προτιμώτερον, ἐπιτυχάνοντες βεβαίως πάντα τὴν αὐτὴν προσέγγισιν, νὰ χρησιμοποιήσωμεν σταθερὰς συνδεδεμένας πρὸς φυσικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς ἐτησίας πορείας.

§ 23. — Οἱ ἀνωτέρω ἐκτεθέντες λόγοι ἄγαγον τὸν κ. Ξανθάκη νὰ ἀναζητήσῃ ἓνα νέον τρόπον μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς ἐτησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ αέρος, ἀπληλαγμένον κατὰ τὸ δυνατόν τῶν προαναφερθέντων μειονεκτημάτων, παρέχοντα ὅμως πάντα τὴν αὐτὴν ἢ καὶ καλυτέραν, εἰ δυνατόν, προσέγγισιν μὲ τὴν ἀρμονικὴν ἀνάλυσιν, ἐν ἧς εἰς φυσικὰ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν.

Πρὸς τοῦτο ἐκ χρησιμοποίησεν κατ' ἀρχὴν, δίδους ἀνεξέφαμεν προηγουμένως λόγους, ὡς ἀνεξάρτητον μεταβλητὴν τὸ μῆκος L τοῦ Ἡλίου.

Μετά ταῦτα ἐξήτασε μήπως ὑπάρχουν ἄλλοι, φυσικαὶ σχέσεις μεταξύ τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν καὶ τοῦ L .

Κατόπιν μακρῶν ἐρευνῶν κατώρθωσε [30-32, 36-38] πράγματι νὰ ἀποδείξῃ, ὅτι αἱ μέσαι μηνιαῖαι θερμοκρασίαι τοῦ αέρος εἰς ἀπολύτους βαθμοὺς T_i , $i = 1, 2, \dots, 12$, πληροῦν διὰ πολλοὺς σταθμοὺς τῶν εὐκράτων ζωνῶν τὰς ἐξ ἧς δύο σχέσεις:

* Τὴν ἰδέαν ταύτην διετύπωσε πρὸ ἐτῶν καὶ ὁ Αἰνσῶτ [12]

** Ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου θὰ ἐπανέλθωμεν εἰς προσεχῆ μελέτην μας.

$$(20) \quad T_{\mu,i} = \frac{1}{2}(T_i + T_{13-i}) = A + C\eta\mu(L_i - V) \quad (\text{νόμος τῆς συμμετρικῆς πορείας})$$

$$(21) \quad R_i = \frac{T_{13-i}}{T_i} = \frac{P}{1 - e\sigma\upsilon\nu(L_i - w)} \quad (\text{νόμος τῆς ἐλλείψεως})$$

$$i = 1, 2, \dots, 6$$

ὅπου L_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ εἶναι τό μῆκος τοῦ Ἡλίου κατὰ τό μέσον ἐκάστου τῶν μηνῶν Ἰανουαρίου... Ἰουνίου, διὰ τό μέσον ζῆτος τοῦ θεωρουμένου χρονικοῦ διαστήματος καί A, C, V, p, e, w προσδιοριζέται σταθεραί.

Μίαν θεωρητικὴν δικαιολογίαν τῶν σχέσεων (20) καί (21) ἔδωκεν ὁ κ. Ξανθάκης, ἀποδείξας ὅτι ἀναλόγους σχέσεις πληροῦν καί αἱ ὑπὸ τῆς σχέσεως (3) παρεχόμεναι «θεωρητικαί» μέσαι μηνιαῖαι θερμοκρασίαι τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, θεωρουμένης ἀνευ ἀτμοσφαίρας [34, 36].

Τῇ βοθηείᾳ τῶν σχέσεων (20) καί (21) δίδει ὁ κ. Ξανθάκης τὴν κώτωθιν ἐάν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ζήτησεως πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας [36].

$$(22) \quad T_i = \frac{2p}{p+1} [A + C\eta\mu(L_i - V)] \left[\frac{1}{P} - \frac{e}{p+1} \sigma\upsilon\nu(L_i - w) - \frac{e^2}{(p+1)^2} \sigma\upsilon\nu^2(L_i - w) \right]$$

$$(23) \quad T_{13-i} = \frac{2p}{p+1} [A + C\eta\mu(L_i - V)] \left[1 + \frac{e}{p+1} \sigma\upsilon\nu(L_i - w) + \frac{e^2}{(p+1)^2} \sigma\upsilon\nu^2(L_i - w) \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, 6$$

Αἱ σχέσεις (20) καί (21) καί συνεπῶς καί αἱ σχέσεις (22) καί (23) πληροῦνται κατὰ μίαν ὀρισμένην προσέγγισιν γινεῖσθαι ἀπὸ τὰ δεδομένα τῶν παρατηρήσεων, ἥτις μάλιστα αὐξάνει αὐξανόμεναι τοῦ χρονικοῦ διαστήματος εἰς ὃ ἀναφέρονται αἱ μέσαι μηνιαῖαι θερμοκρασίαι.

Ὁ κ. Ξανθάκης ἔδειξεν ὅτι διὰ τὰς μελετηθέντας ὑπ' αὐτοῦ ἐξ σταθμοῦ τῆς βορείου εὐκράτου ζώνης (Βιέννη, Κοπεγχάγη, Ρώμη, Bergen, Ξειμβούργον καί Ν. Υόρκη) αἱ σχέσεις αὐ-

ται πληροῦνται μεθ' ἱκανοποιητικῆς ἀκριβείας ἀπὸ τὰς μέσας μηνιαίας θερμοκρασίας τὰς ἀντιστοιχοῦσας εἰς τὰς ἀπὸ τοῦ 1776 καὶ ἐντεῦθεν περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως, ἥτοι, ἐνδεκαετῇ κατὰ μέσον ὅρον χρονικὰ διαστήματα.

Εἰς τὸ αὐτὸ συμπέρασμα κατελήξαμεν καὶ ἡμεῖς εἰς πρόσφατον μελέτην μας [46] καὶ διὰ δύο ἄλλους σταθμούς τῆς αὐτῆς εὐκράτου ζώνης, τὴν Πράγαν καὶ τὸ Βερολῖνον.

Διὰ τὸν προεδιορισμὸν τῶν σταθερῶν p, e, w ἐκρησιμοποιήσεν ὁ κ. Ξανθάκης [32] τὴν μέθοδον τῶν διαδοχικῶν προσεγγίσεων, ἐνῶ διὰ τὰς σταθεράς A, C, V χρησιμοποιοῖ οὗτος μίαν ἐτέραν μέθοδον [36].

§24. — Ἐχομεν λοιπὸν τοιαυτοτρόπως μίαν νέαν μέθοδον διὰ τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ αἵρος εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας.*

Εἶναι, συνεπῶς ἐνδιαφέρον, νὰ συγκρίνωμεν τὴν διὰ τῆς μεθόδου ταύτης ἐπιτυχανομένην προσέγγισιν πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν πολυνύμων P_μ ($1 \leq \mu \leq 5$) τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως παρεχομένην, ἐν ἔχῃ εἰς ὅσον πρὸς τὸ πλῆθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν.

Προηγουμένως ὅμως θὰ ἐκθέσωμεν μίαν νέαν μέθοδον διὰ τὸν προεδιορισμὸν τῶν σταθερῶν A, C, V, p, e, w , δι' ἧς ἐπεδιώξαμεν δύο τινάς:

* Ἐκκινῶν ἀπὸ τὰς τύπους (20) καὶ (21), χρησιμοποιοῦν ὅμως μικροτέρας προσεγγίσεις, ὁ κ. Δημαρᾶς ἔδωκεν τὰς κατωτέρω τύπους:

$$T_i = T_a - A_1 \sin(L_i + V_1)$$

$$T_{i+6} = T_g - A_2 \sin(L_{i+6} + V_2)$$

παρέχοντας ἐπίσης μίαν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίαις πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ αἵρος εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας, συναρτήσει τοῦ L καὶ τῶν 6 σταθερῶν, $T_a, T_g, A_1, A_2, V_1, V_2$, διὰ τὰς ὁποίας ἀποδεικνύει οὗτος ὅτι ἔκφράζονται συναρτήσει τῶν σταθερῶν τοῦ κ. Ξανθάκη καὶ ἀντιστρόφως. [9].

α) νά επιτύχουμεν τόν ακριβέστερον δυνατὸν προσδιορισμὸν τῶν τιμῶν τῶν σταθερῶν τούτων, καί

β) νά επιτύχουμεν τυποποιήσιν τοῦ τρόπου ὑπολογισμού αὐτῶν, ἥτις τυποποιήσις ἀποτελεῖ, ὡς γνωστὸν, ἓν ἐκ τῶν πλεονεκτημάτων τῆς μεθόδου τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως.

Πρὸς ἐπίτευξιν ἀμφοτέρων κἀμνομεν χρῆσιν τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων. Διὰ τὴν ἀπλουστευθῆν μάλιστα ἡ χρῆσις τῆς μεθόδου αὐτῆς, παρίσταται ἀνάγκη, νά ἐπιγέρωμεν κατ' ἀρχὴν ὀρισμένας τροποποιήσεις εἰς τὰς χρησιμοποιουμένας τιμὰς τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου.

§25. Ὁ κ. Ξανθαίνης προκειμένον μὲν περὶ ἑνὸς μεμονωμένου ἔτους χρησιμοποιεῖ τὸ μήκος τοῦ Ἡλίου κατὰ τὴν 12^ω τῆς 15^{ης} τοῦ ἀντιστοίχου μηνός, ἐνῶ προκειμένου περὶ ἑνὸς μεγάλου τέρου χρονικοῦ διαστήματος λαμβάνει τὴν ἀνωτέρω τιμὴν τοῦ μήκους τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὸ μέσον ἔτος τοῦ θεωρουμένου διαστήματος. Τοιοῦτο τρόπον ὅμως αἱ εἰς τὰς διαδοχικὰς περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τοῦ L_i διαφέρουν σημαντικῶς, τόσον ὡς πρὸς αὐτὰς ταύτας τὰς τιμὰς τοῦ L_i , ὅσον καὶ ὡς πρὸς τὴν ἐτησίαν πορείαν αὐτῶν.

Σημαντικὴ ἐπίσης δυσχέρεια προκύπτει εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὑπάρχουν δύο μέσα ἔτη εἰς τὴν θεωρουμένην περίοδον, καθ' ὅσον αἱ εἰς αὐτὰ ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τοῦ L_i διαφέρουν αἰσθητῶς. Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν ἀνωτέρω ἐργαζόμεθα ὡς ἐξῆς:

Θεωροῦμεν δι' ἕνα εὖρον ἔτος τὰς τιμὰς τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου L_i κατὰ τὸ μέσον ἐκάστου μηνός, ἥτοι: τὴν 12^ω τῆς 16/1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, τὴν 0^ω τῆς 16/4, 6, 9, 11 καὶ τὴν 0^ω ἢ 12^ω τῆς 15/2 ἀναλόγως τοῦ ἂν πρόκειται περὶ κοινῆς ἢ διαικτου ἔτους. Τὸ μήκος μάλιστα τοῦτο τὸ ἀναγέρομεν εἰς τὸ μέσον ἐκείνου (γ) τοῦ ἀντιστοίχου ἔτους. Κατόπιν σχηματίζομεν τετράδας διαδοχικῶν ἐτῶν, τοιαύτας ὥστε τὸ τελευταῖον ἔτος ἐκάστης τετράδος νά διαιρῇται διὰ 4 λ.χ. 1901-04. Λαμβάνοντες δι' ἕνα εὖρον μῆνα

τόν μέσον ὅρον τῶν τιμῶν τοῦ L_i τῶν ἀντιστοιχοῦσων εἰς τὰ ἔτη ἐκάστης τετραετίας ἔχομεν 12 τιμὰς L_i , $i = 1, 2, \dots, 12$, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς τιμὰς τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου ἀντιστοιχοῦσας εἰς τὴν λησθεΐσαν τετραετίαν. Ἀκριβῶς δέ ὡς τιμὰς τοῦ L_i δι' ἓν χρονικὸν διάστημα μεγαλύτερον τῶν 4 ἐτῶν λαμβάνομεν τὰς εἰς τὴν μέσην τετραετίαν τοῦ διαστήματος τούτου ἀντιστοιχοῦσας, τῶν τετραετιῶν ἐκλεγομένων πάντα κατὰ τὸν προαναφερθέντα τρόπον.

Εἰς τὸν πίνακα III, εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης, παρέχονται αἱ ὡς μέσαι ἐκλεγεῖσθαι τετραετίαι διὰ τὰς ἀπὸ τοῦ 1776 καὶ ἐντεῦθεν περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως, καθὼς καὶ αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου.

Ἄν ἤδη θέσωμεν $L_i = L_1 + y_i$, $i = 1, 2, \dots, 12$, τότε αἱ τιμαὶ τοῦ y_i μᾶς παρέχουν προφανῶς τὴν ἐτησίαν πορείαν τῶν τιμῶν τοῦ L_i . Ἐκ τοῦ πίνακος III ὅμως δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν εὐκόλως ὅτι αἱ τιμαὶ τοῦ y_i παραμένουν περίπου σταθεραὶ καθ' ὅλας τὰς τετραετίας ἐκάστου αἰῶνος*. Ἐντεῦθεν ἀγόμεθα νὰ ἐκλέξωμεν δι' ὅλας τὰς τετραετίας ἐκάστου τῶν αἰώνων 18^{ου}, 19^{ου} καὶ 20^{ου} κοινὰς τιμὰς τοῦ y_i , τὰς ὑπὸ τοῦ, εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης παρατιθεμένου, πίνακος IIIα παρεχομένας. Ὅσον ἀφορᾷ τὸ L_1 , εὐκόλως φαίνεται ἐκ τοῦ πίνακος III ὅτι ἡ τιμὴ τούτου αὐξάνει ἀπὸ τετραετίας εἰς τετραετίαν κατὰ 2' περίπου, μόνον δὲ κατὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τοῦ 18^{ου} εἰς τὸν 19^{ον} καὶ ἀπὸ τοῦ 19^{ου} εἰς τὸν 20^{ον} αἰῶνα. ἔχομεν ἐλάττωσιν τῆς τιμῆς του κατὰ 1° περίπου.**

* Ἀλλαγὴν σημαντικὴν τῶν τιμῶν τοῦ y_i ἔχομεν μόνον κατὰ τὰς τετραετίας τὰς περιεχούσας τὰ ἔτη 1800 καὶ 1900, αἱ ὁποῖαι ὅμως δὲν μᾶς ἐνδιαφέρουν ἐνταῦθα.

** Τόσον ἡ σταθερότης τῶν τιμῶν τοῦ y_i , ὅσον καὶ ἡ μεταβολὴ τῶν τιμῶν τοῦ L_1 ἐξηγοῦνται εὐκόλως, ἂν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν μας ὅτι τὸ μὲν μέσον μήκος τοῦ Ἡλίου αὐξάνει κατὰ 360° ἐντός 5

Τούτων τεθέντων ὡς τιμὰς τοῦ L_i διὰ μίαν τυχοῦσαν περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως, λαμβάνομεν τὰς τιμὰς $L_i = L_1 + y_i$, $i = 1, 2, \dots, 12$, ὅπου τὸ μὲν L_1 εἶναι τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μέσων τετραετίαν τῆς περιόδου αὐτῆς (πίναξ III), τὸ δὲ y_i λαμβάνει τὰς διὰ τὸν ἀντίστοικον αἰῶνα ἐκλεγείσας τιμὰς του (πίναξ IIIα).

Τοιοιτοτρόπως ἐπιτυγχάνομεν ὥστε δι' ὅλας τὰς περιόδους ἐκδοτου αἰῶνος ἡ ἔτησις πορεία τῶν τιμῶν τοῦ L_i νὰ παραμένῃ σταθερά. Ἐπίσης καὶ ὅταν ἀκόμη ὑπάρχουν δύο μέσαι τετραετίαι ὅπως λ.χ. εἰς τὴν περίοδον 1924-33 δυνάμεθα νὰ ἐκλέξωμεν τυχοῦσαν ἐξ αὐτῶν, καθόσον αἱ ἀντίστοικοι τιμαὶ τοῦ L_i διαφέρουν ἐλαχίστα ἀπ' ἀλλήλων.

§26.- Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν τιμῶν τῶν σταθερῶν A, C, V ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Ὡς γνωστὸν αἱ τιμαὶ αὗται θὰ πρέπη νὰ πληροῦν τὰς 6 ἑξισώσεις:

$$(24) \quad A + C\eta\mu(L_i - V) = T_{\mu,i} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

θέτοντες ὁμῶς:

$$(25) \quad L_i - V = \omega$$

καὶ λαμβάνοντες ὑπ' ὅψιν ὅτι:

$$L_i = L_1 + y_i \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

εὐρίσκομεν τὰς ἑξισώσεις:

$$(26) \quad A + F\epsilon\upsilon\eta y_i + G\eta\mu y_i = T_{\mu,i} \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

ὅπου:

$$(27) \quad F = C\eta\mu\omega \quad \text{καὶ} \quad G = C\epsilon\upsilon\eta\omega$$

Αἱ τιμαὶ τῶν ποσοτήτων A, F, G δύνανται νὰ προσδιορισθοῦν ἐκ τοῦ συστήματος (26) δι' ἐπιλύσεώς του διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων [39].

Πράγματι, τοῦ συστήματος (26) ὄντος γραμμικοῦ, αἱ κανὸς τροπικοῦ ἔτους, ἐνῶ τὸ μὲν κοινόν ἔτος ἔχει 365 τὸ δὲ δίσευτον 366 μέρας ἡλιακῆς ἡμέρας.

νονικαὶ ἐξισώσεις του εἶναι:

$$(28) \quad \begin{cases} 6A + F \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i + G \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i = \sum_{i=1}^6 T_{\mu,i} = K \\ A \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i + F \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu^2 y_i + G \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i \eta \mu y_i = \sum_{i=1}^6 T_{\mu,i} \epsilon \nu y_i = M \\ A \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i + F \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i \epsilon \nu y_i + G \sum_{i=1}^6 \eta \mu^2 y_i = \sum_{i=1}^6 T_{\mu,i} \eta \mu y_i = N \end{cases}$$

Ἀλλὰ τὸ y_i ἔχει ὡς γνωστὸν τὰς αὐτὰς τιμὰς δι' ὅ-
λας τὰς τετραετίας ἐκάστου αἰῶνος. Ἐπομένως καὶ οἱ συντελεσ-
τῶν κανονικῶν ἐξισώσεων θὰ ἔχουν τὰς αὐτὰς τιμὰς δι' ὅλας τὰς
τετραετίας ἐκάστου αἰῶνος, μεταβαλλόμενοι μόνον ἀπὸ αἰῶνος
εἰς αἰῶνα*.

Ὁ κατωτέρω πίναξ (α) παρέχει τὰς τιμὰς τῶν συντελε-
στῶν αὐτῶν διὰ τὸν 18^{ον}, 19^{ον} καὶ 20^{ον} αἰῶνα.

Πίναξ (α)

Αἰῶνες	$\sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i$	$\sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i$	$\sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i \eta \mu y_i$	$\sum_{i=1}^6 \epsilon \nu^2 y_i$	$\sum_{i=1}^6 \eta \mu^2 y_i$
18 ^{ος}	+ 1.03300	+ 3.75886	+0.00158	+2.97006	+3.02996
19 ^{ος}	+ 1.02891	+ 3.75681	+0.00003	+2.97259	+3.02742
20 ^{ος}	+ 1.02397	+ 3.75491	- 0.00169	+2.97486	+3.02514

Ἀντικαθιστώντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὸ σύστη-
μα (28) καὶ λύοντες τοῦτο διὰ τῆς μεθόδου τῶν ὀριζουσῶν εὐ-
ρίσκομεν τὰς τιμὰς τῶν A, F, G συναρτῆσαι τῶν K, M, N δι' ἑ-
κάστον τῶν αἰῶνων 18^{ον}, 19^{ον} καὶ 20^{ον}. Οὕτω ἔχομεν:

18^{ος} αἰὼν

$$A = +1.02148K - 0.35460M - 1.26703N$$

$$(29a) \quad F = -0.35460K + 0.45979M + 0.43967N$$

$$G = -1.26703K + 0.43967M + 1.90163N$$

* Τοῦτο εἶναι ἓν σημαντικὸν πλεονέκτημα προκύπτον ἐκ τῆς χρη-
σιμοποιήσεως τῶν νέων τιμῶν τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου.

19^{ος} αἰών

$$A = +1.01838 K - 0.35248 M - 1.26373 N$$

$$(29\beta) \quad F = -0.35248 K + 0.45841 M + 0.43740 N$$

$$G = -1.26373 K + 0.43740 M + 1.89850 N$$

20^{ος} αἰών

$$A = +1.01485 K - 0.35003 M - 1.25986 N$$

$$(29\gamma) \quad F = -0.35003 K + 0.45688 M + 0.43473 N$$

$$G = -1.25986 K + 0.43473 M + 1.89459 N$$

Προσδιοριζομένων οὕτω τῶν A, F, G , εὐρίσκομεν εὐκόλως καὶ τὰ C καὶ V . Πράγματι ἐκ τῶν σχέσεων (27) προκύπτει ὅτι:

$$(30) \quad \varepsilon\varphi\omega = \frac{F}{G} \quad \text{καὶ} \quad C = \frac{F}{\eta\mu\omega}$$

Ἐπειδὴ δὲ τὸ C εἶναι θετικόν, τὰ $\eta\mu\omega$ καὶ $\varepsilon\varphi\omega$ ἔχουν ἀντιστοίχως τὰ σημεῖα τῶν F καὶ G καὶ συνεπῶς γνωστῆς οὕσης καὶ τῆς $\varepsilon\varphi\omega$, καθορίζεται πλήρως ἡ γωνία ω ὁποῦτε καὶ ἡ $V = L_1 - \omega$.

§27. - Τὴν αὐτὴν μέθοδον δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν καὶ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σταθερῶν p, e, w .

Πράγματι, ἀντιστρέφοντες τὰ δύο μέλη τῆς σχέσεως

(21), ἔχομεν:

$$(31) \quad D_i = \frac{1}{p} - \frac{e}{p} \varepsilon\varphi(L_i - w) \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

ἔνθα:

$$D_i = \frac{1}{R_i} = \frac{T_i}{T_{12-i}}$$

θέτοντες λοιπὸν:

$$(32) \quad L_1 - w = -\omega'$$

εὐρίσκομεν:

$$(33) \quad A' + F' \varepsilon\varphi y_i + G' \eta\mu y_i = D_i \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

ὅπου:

$$(34) \quad A' = \frac{1}{p}, \quad F' = -\frac{e}{p} \varepsilon\varphi\omega', \quad G' = -\frac{e}{p} \eta\mu\omega'$$

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ποσοτήτων A', F', G' λύομεν καὶ πάλιν τὸ σύστημα (33) διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων

τετραγώνων. Αἱ κανονικαὶ ἐξισώσεις εἶναι:

$$(35) \quad \begin{cases} 6A' + F' \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i + G' \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i = \sum_{i=1}^6 D_i = K' \\ A' \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i + F' \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu^2 y_i + G' \sum_{i=1}^6 \epsilon \nu y_i \eta \mu y_i = \sum_{i=1}^6 D_i \epsilon \nu y_i = M' \\ A' \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i + F' \sum_{i=1}^6 \eta \mu y_i \epsilon \nu y_i + G' \sum_{i=1}^6 \eta \mu^2 y_i = \sum_{i=1}^6 D_i \eta \mu y_i = N' \end{cases}$$

Οἱ συντελεσταὶ τοῦ συστήματος (35) εἶναι οἱ αὐτοὶ μετὰ τοῦ συστήματος (28) καὶ συνεπῶς ἔχουν τὰς ὑπὸ τοῦ πίνακος (α) παρεχομένας τιμὰς.

Συνεπῶς καὶ αἱ τιμαὶ τῶν A', F', G' θὰ παρέχονται ἀπὸ τὰς σχέσεις (29 α, β, γ) αἱ ὁποῖαι δίδουν τὰς τιμὰς τῶν ἀντιστοιχούν ποσοτήτων A, F, G ὅπου ὅμως ἀντὶ τῶν K, M, N θὰ πρέπει νὰ θέσωμεν ἀντιστοιχίους τὰς K', M', N' .

Υπολογιζομένων οὕτω τῶν τιμῶν τῶν A', F', G' προσδιορίζομεν εὐκόλως καὶ τὴν γυνίαν ω' . Πράγματι, διότι τὰ μέν $\sin \omega'$ καὶ $\eta \mu \omega'$ ἔχουν τὰ σημεῖα τῶν $-F'$ καὶ $-G'$ ἢ δὲ $\epsilon \varphi \omega' = \frac{G'}{F'}$. Μετὰ ταῦτα εὐρίσκομεν καὶ τὰς p, e, w ἐκ τῶν σχέσεων:

$$(36) \quad p = \frac{1}{A'}, \quad e = -\frac{G'}{A' \eta \mu \omega'}, \quad \text{καὶ} \quad w = L_1 + \omega'$$

§ 28. — Εἰς τὸν πίνακα IV, εἰς τὸ τέλος τῆς παρούσης, παρέχονται αἱ εἰς τὰς ἀπὸ τοῦ 1776 καὶ ἐντεῦθεν περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τῶν σταθερῶν A, C, V, p, e, w διὰ τούς μελετωμένους ἐνταῦθα σταθμούς. Αὗται ὑπελογίσθησαν διὰ τῆς ἀνωτέρου ἐκτεθείσης μεθόδου*. Τῇ βοήθειᾳ τῶν τι-

* Πρέπει νὰ σημειωθῇ ἐνταῦθα ὅτι αἱ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς νέας μεθόδου προκύπτουσαι τιμαὶ τῶν σταθερῶν διαφέρουν ἑν γένει τῶν διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη εὐρισκομένων τιμῶν τῶν σταθερῶν τούτων, ὅπως φαίνεται καὶ ἀπὸ τὰ εἰς τὸ δευτερον κεφάλαιον τῆς παρούσης παρατιθέμενα σχήματα (4)-(8). Εἰ-

μῶν τούτων δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν καὶ τὰς ὑπὸ τῶν σχέσεων (20) καὶ (21) παρεχομένας τιμὰς τῶν ποσοτήτων $T_{μ,i}$ καὶ R_i τῆς ὁποίας καὶ θὰ σημειοῦμεν διὰ τῶν $(T_{μ,i})_{\text{ὑπ.}}$ καὶ $(R_i)_{\text{ὑπ.}}$ πρὸς ἀντιδιαστολήν ἀπὸ τῶν παρατηρηθεισῶν τιμῶν $(T_{μ,i})_{\text{παρ.}}$ καὶ $(R_i)_{\text{παρ.}}$ τῶν ποσοτήτων τούτων.

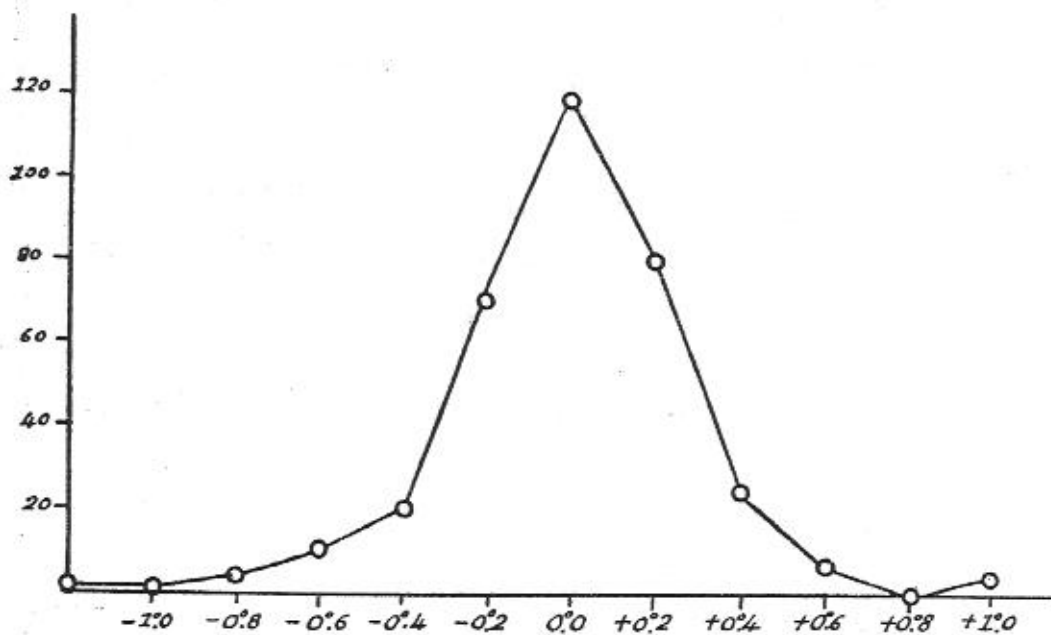
Κατὰ τοὺς σχετικούς ὑπολογισμούς πρὸς περιορισμὸν τῶν, ἐκ τῶν ἐκάστοτε στρογγυλοποιήσεων τῶν ἐξαχθμένων τῶν διαφορῶν πράξεων, προκύπτόντων σφαλμάτων (λογιστικῶν σφαλμάτων) ἐκ τῆς χρησιμοποίησεως ἐνδιαμέσως καὶ προσθέτων δεκαδικῶν ψηφίων, μετεχειρίσθημεν καὶ τὰ ἑξῆς τεχνάσματα:

α) Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν A, F, G ἐκ τοῦ συστήματος (28) ἐλάβομεν ἀντὶ τῶν $T_{μ,i}$ τὰ $T_{μ,i} - 270.00$. Εὐκόλως φαίνεται ὅτι αἰρίζαι τοῦ οὗτω προκύπτοντος συστήματος εἶναι $A - 27000$, F, G , ὁπότε ἐξ αὐτῶν εὐρίσκουμεν ἀμέσως καὶ τὰ A, F, G . Ὁμοίως διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν A', F', G' ἐκ τοῦ συστήματος (35) ἐλάβομεν ἀντὶ τῶν D_i τὰ $D_i - 0.97000$. Καὶ πάλιν ἐκ τῶν ριζῶν $A' - 0.97000$, F', G' τοῦ οὗτω προκύπτοντος συστήματος εὐρίσκονται ἀμέσως τὰ A', F', G' .

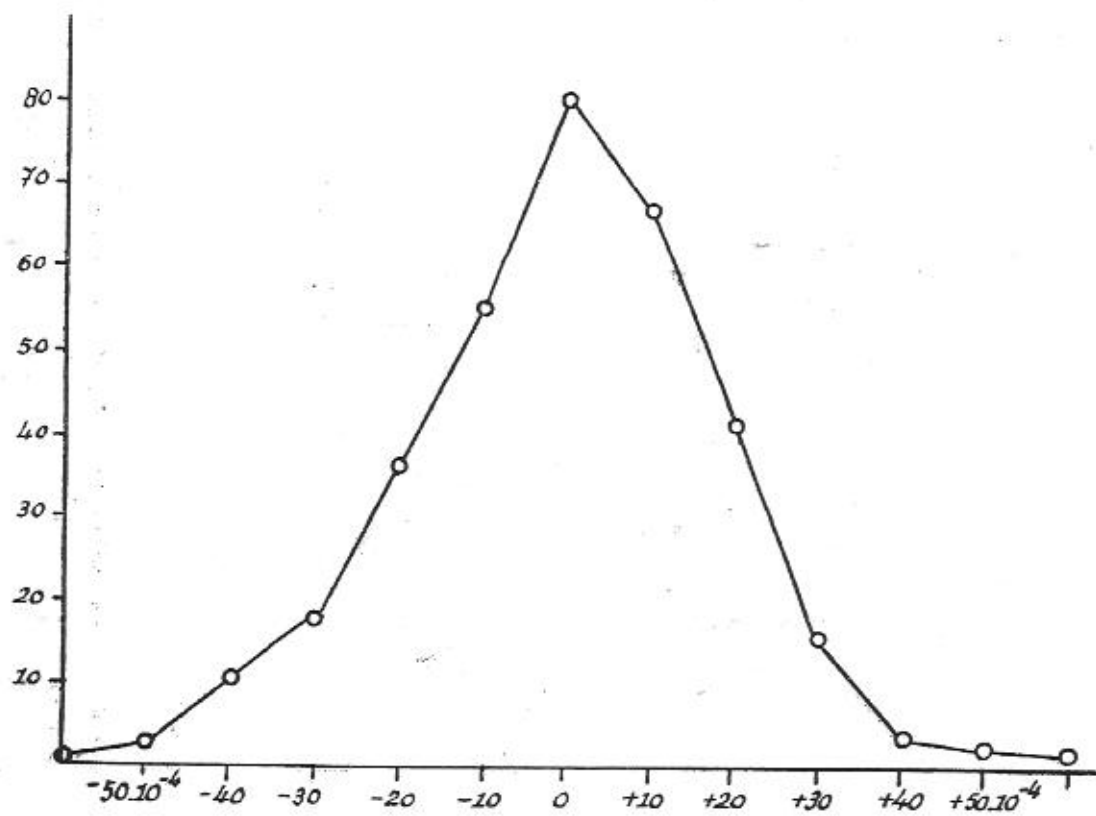
β) Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν $(T_{μ,i})_{\text{ὑπ.}}$ ἐκρησιμοποιήθη ἡ σχέση (26) ἀντὶ τῆς (20). Ἐπίσης διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν $(R_i)_{\text{ὑπ.}}$ εὐρέθησαν πρῶτον τὰ $(D_i)_{\text{ὑπ.}}$ ἐκ τῆς σχέσεως (33) καὶ ἐξ αὐτῶν καὶ τὰ $(R_i)_{\text{ὑπ.}} = \frac{1}{(D_i)_{\text{ὑπ.}}}$.

§ 29. — Ἡ χρησιμοποίησις τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων διὰ τὴν ἐπίλυσιν τῶν συστημάτων (26) καὶ (33) προϋποθέτει* φυσικὰ ὅτι δὲν ἔχομεν συστηματικὰς ἀπουλίσσεις ἀπὸ δικῶς αἰτιμαί τῶν δύο μωνιῶν γάσεως $\underline{V}$ καὶ $\underline{W}$ δέον ὅπως εἶναι πύξημένοι κατὰ 2° περίπου λόγῳ τῆς χρησιμοποίησεως τῶν νέων τιμῶν τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου.

* Σημειωτέον ὅτι ἀνάλογος ὑπόθεσις γίνεται καὶ κατὰ τὴν εὐρεσίαν τῶν τύπων τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως, καθόσον ὅπως εἶδομεν καὶ οὗτοι εὐρίσκονται διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.



Σχ.1. Κατανομή των διαφορών u_T .



Σχ.2. Κατανομή των διαφορών u_R .

τούς νόμους τῆς συμμετρικῆς πορείας καί τῆς ἐλλείψεως. Διά
νά ἐλέγξωμεν τοῦτο εἰρηματίζομεν τὰ ὑπόλοιπα:

$$v_T = (T_{\mu,i})_{\text{παρ.}} - (T_{\mu,i})_{\text{ὑπ.}}$$

$$v_R = (R_i)_{\text{παρ.}} - (R_i)_{\text{ὑπ.}}$$

Εἰς τὰ σχήματα (1) καί (2) παρέχονται αἱ κατανο-
μαί τῶν ὑπολοίπων τούτων διὰ τούς μελετωμένους ἐνταῦθα σταθ-
μούς.

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁμοῦτεροι ἔχουν τήν γενικὴν μορ-
φήν τῆς κανονικῆς κατανομῆς καί συνεπῶς, διὰ ταύς σταθμούς
τούτους τὸνλάχιστον*, ἡ χρησιμοποίησις τῆς μεθόδου τῶν ἐλαχίστων
τετραγώνων εἶναι νόμιμος.

Ἐπίσης ἐκ τῶν τιμῶν τῶν v_T καί v_R εὐκόλως διαπι-
στοῦται ὅτι τὰ 94% τῶν διαφορῶν v_T εἶναι μικρότεροι ἢ ἴσαι κατ'
ἀπόλυτον τιμὴν τῶν 0.5°C καθὼς ἐπίσης καί ὅτι τὰ 83% τῶν δια-
φορῶν v_R εἶναι ἀπολύτως μικρότεροι ἢ ἴσαι τοῦ $20 \cdot 10^{-4}$, τοῦθ' ὅ-
περ μᾶς δεικνύει ὅτι αἱ σχέσεις (20) καί (21) πληροῦνται ἱκανο-
ποιητικῶς ἀπὸ τὰ δεδομένα τῶν παρατηρήσεων διὰ τούς μελε-
τωμένους ἐνταῦθα σταθμούς.

IV. Σύγκρισις τῶν ὑπὸ τῶν δύο μεθόδων παρεχομέ- νων προσεγγίσεων.

§ 30. — Κατὰ τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ζητη-
θείας πορείας διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη γίνεται χρῆσις 6
σταθερῶν. θὰ πρέπει συνεπῶς νὰ συγκρίνωμεν τὴν ὑπ' αὐτῆς παρε-
χομένην προσέγγισιν πρὸς τὴν διὰ τῶν πολυωνύμων P_2 καί P_3
τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως ἐπιτυγχανομένην, καθόσον, ὡς γνω-

*Ὁ κ. Ξανθάκης ἔδειξεν [32] ὅτι δι' ὀρισμένους σταθμούς (Ἐδιμ-
βοῦργον κ. ἄ.) ἔχομεν συστηματικὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ τὸν νόμον τῆς
ἐλλείψεως δι' ὀρισμένην τιμὴν τῆς παραμέτρου i . Ἡ περίπτωσις
τῶν σταθμῶν τούτων θὰ πρέπει φυσικὰ νὰ ἐξετασθῇ κεχωρισμένως.

ετόν, τὰ πολυνύμα ταῦτα περιέχουν ἀντιστοίχως 5 καὶ 7 σταθε-
ρές.

Κατ' ἀρχὴν παρατηροῦμεν ὅτι τὰ ἀνωτέρω ἐντεθέντα
(§20) περί ὑπεροχῆς τῆς διὰ τῶν πολυνύμων τῆς ἁρμονικῆς ἀ-
ναλύσεως ἐπιτυχανομένης τετραγωνικῆς προσεγγίσεως κατὰ
τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίᾳς πορείας, δὲν ἰσχύουν ἐν
προκειμένῳ, καθόσον δὲν πληροῦνται αἱ τεθεῖσαι ἐκεῖ προϋποθέ-
σεις. Συγκεκριμένως, κατὰ τὴν, διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη,
μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίᾳς πορείας:

α) Κάμνομεν κρήσιν τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς $\underline{L}$
ἀντὶ τῆς $\underline{x}$.

β) Ἐκφράζομεν τὴν ἐτησίαν πορείαν διὰ παραστάσε-
ως ἥτις ἐκ πρώτης τοῦλάχιστον ὅψεως δὲν εἶναι τῆς μορφῆς (4).

γ) Δὲν ἐκφράζομεν ὁλόκληρον τὴν ἐτησίαν πορείαν
διὰ τῆς αὐτῆς παραστάσεως, ἀλλὰ χρησιμοποιοῦμεν ἰδίαν ἔκ-
φρασιν δι' ἑκάστην τῶν ἑξαμήνων.

Θὰ πρέπη συνεπῶς διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν παρεχομένων
προσεγγίσεων νὰ ἐργασθῶμεν στατιστικῶς μελετῶντες τὰς εἰς
συγκεκριμένας περιπτώσεις παρεχομένας προσεγγίσεις, ἥτοι
τὰ ἀντίστοιχα I ἢ μᾶλλον τὰ ἀντίστοιχα πιθανὰ σφάλματα.

Πρὸς τοῦτο θεωρήσαμεν τὰς ἐτησίᾳς πορείας τῶν
μελετωμένων ἐνταῦθα 4 σταθμῶν κατὰ τὰς ἀπὸ τοῦ 1776 καὶ
ἐντεῦθεν περιόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Ταύτων ἔχομεν ἤδη
εὖρει τὰς μαθηματικὰς ἔκφράσεις τόσον διὰ τῶν πολυνύμων
 P_1, P_2, P_3 τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως, ὅσον καὶ διὰ τῆς μεθόδου
τοῦ κ. Ξανθάκη (Πίνακες II καὶ IV). Ἦδη πρὸς σύγκρισιν τῶν
προσεγγίσεων σχηματίζομεν τὸν, εἰς τὸ τέλος τῆς παραύσης, πα-
ρατιθέμενον πίνακα V. Εἰς τούτον ἀναγράφονται δι' ἑκάστην στα-
θμὸν καὶ ἑκάστην τῶν θεωρουμένων περιόδων τῆς ἡλιακῆς δράσε-
ως αἱ παρατηρηθεῖσαι μέσαι μηνιαῖαι θερμοκρασίαι $T_{\text{παρ.}}$ κα-
θὼς ἐπίσης καὶ αἱ ὑπολογισθεῖσαι τοιαῦται $T_{\text{ὑπ.}}$ τόσον διὰ τῶν πο-
6

λυωνύμων P_1, P_2, P_3 τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως*, ὅσον καὶ διὰ τῶν σχέσεων (22) καὶ (23) τοῦ κ. Ξανθάκη. Διὰ τὴν καταστάσιν μάλιστα εὐκολωτέρα ἢ σύγκρισις δὲν παρέχονται αὐταὶ αὐταὶ αἰὶνολογισθεῖσαι τιμαὶ $T_{\text{υπ}}$ ἀλλὰ αἱ ἀντίστοιχοι διαφοραὶ $T_{\text{παρ.}} - T_{\text{υπ}}$. Αἱ διαφοραὶ αὐταὶ παρίστανται διὰ τῶν:

u_1	ὅταν ἡ $T_{\text{υπ}}$	ὑπολογίζεται	διὰ τοῦ πολωνύμου	P_1
u_2	" "	" "	" "	P_2
u_3	" "	" "	" "	P_3
u	" "	" "	διὰ τῶν σχέσεων τοῦ κ. Ξανθάκη.	

Τέλος εἰς τὴν τελευταίαν στήλην τοῦ πίνακος τοῦτου παρέχεται τὸ πιθανόν σφάλμα $\pm$ τῆς ἀντιστοίχου μαθηματικῆς ἐκφράσεως, τὸ ὁποῖον ὑπελογίσθη τῇ βοήθειᾳ τοῦ τύπου $s = 0.6745 \sqrt{\frac{\sum u^2}{12}}$.

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου διαπιστοῦμεν τὰ ἑξῆς:

1) Ἐάν παραστήσωμεν διὰ τοῦ $\pm$ τὸ πιθανόν σφάλμα τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν μαθηματικὴν ἐκφράσιν τῆς ἐτησίας πορείας διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη καὶ διὰ τῶν s_1, s_2, s_3 τὰ πιθανὰ σφάλματα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς μαθηματικὰς ἐκφράσεις τῆς ἐτησίας πορείας διὰ τῶν πολωνύμων P_1, P_2, P_3 τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως τότε, ἐπὶ συνόλου 57 περιόδων, ἔχομεν τὰς ἑξῆς ἐκθέσεις:

- α) Εἰς 21 περιόδους, ἥτοι τὰ 37% τοῦ συνόλου εἶναι: $s_2 > s > s_3$
- β) " 19 " " " 33% " " " $s_1 > s \geq s_2$
- γ) " 17 " " " 30% " " " $s \leq s_3$

2) Ἐάν θεωρήσωμεν τὰς 684 διαφορὰς u αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ σύνολον τῶν μελετωμένων 57 περιόδων, καθὼς καὶ τὰς ἀντιστοίχους διαφορὰς u_1, u_2, u_3 , τότε παρατηροῦμεν τὰ ἑξῆς ὡς πρὸς τὸ μέγεθός των:

* Διὰ τὸν ὑπολογισμόν τῶν τιμῶν τούτων ἐγένετο χρῆσις τῶν σχέσεων (17) ἀντὶ τῶν (18) πρὸς ἀπλάστευσιν τῶν ὑπολογισμῶν καὶ περιορισμόν τῶν λογιστικῶν σφαλμάτων.

α) εκ τῶν διαφορῶν v_1 τὰ 70% εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρότε-
ραι ἢ ἴσαι τῶν 0.5°C

β) " " " v_2 " 82% εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρό-
τεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.5°C

γ) " " " v_3 " 89% εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρό-
τεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.5°C

δ) " " " v " 85% εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρό-
τεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.5°C

3) Ἐάν υπολογίσουμεν τῇ βοηθείᾳ τοῦ τύπου $K = \sqrt{\frac{684}{2 \sum v^2}}$
τὴν "ἀκρίβειαν" (βαθμὸν ἀκριβείας) K τὴν ὁποίαν μᾶς παρέχει κε-
χωρισμένως εἷς ἕκαστος ἐκ τῶν 4 υπολογισμῶν διὰ τὸ σύνολον
τῶν μελετωμένων ἐνταῦθα 57 ἐτησίων πορείων, εὐρίσκομεν τὰ
ἑξῆς:

α) Ὁ υπολογισμὸς τῇ βοηθείᾳ τοῦ πολυνύμου P_1 παρέχει ἀκρί-
βειαν $K = 1.29$

β) " " " " τοῦ πολυνύμου P_2 παρέχει ἀκρί-
βειαν $K = 1.66$

γ) " " " " τοῦ πολυνύμου P_3 παρέχει ἀκρί-
βειαν $K = 2.12$

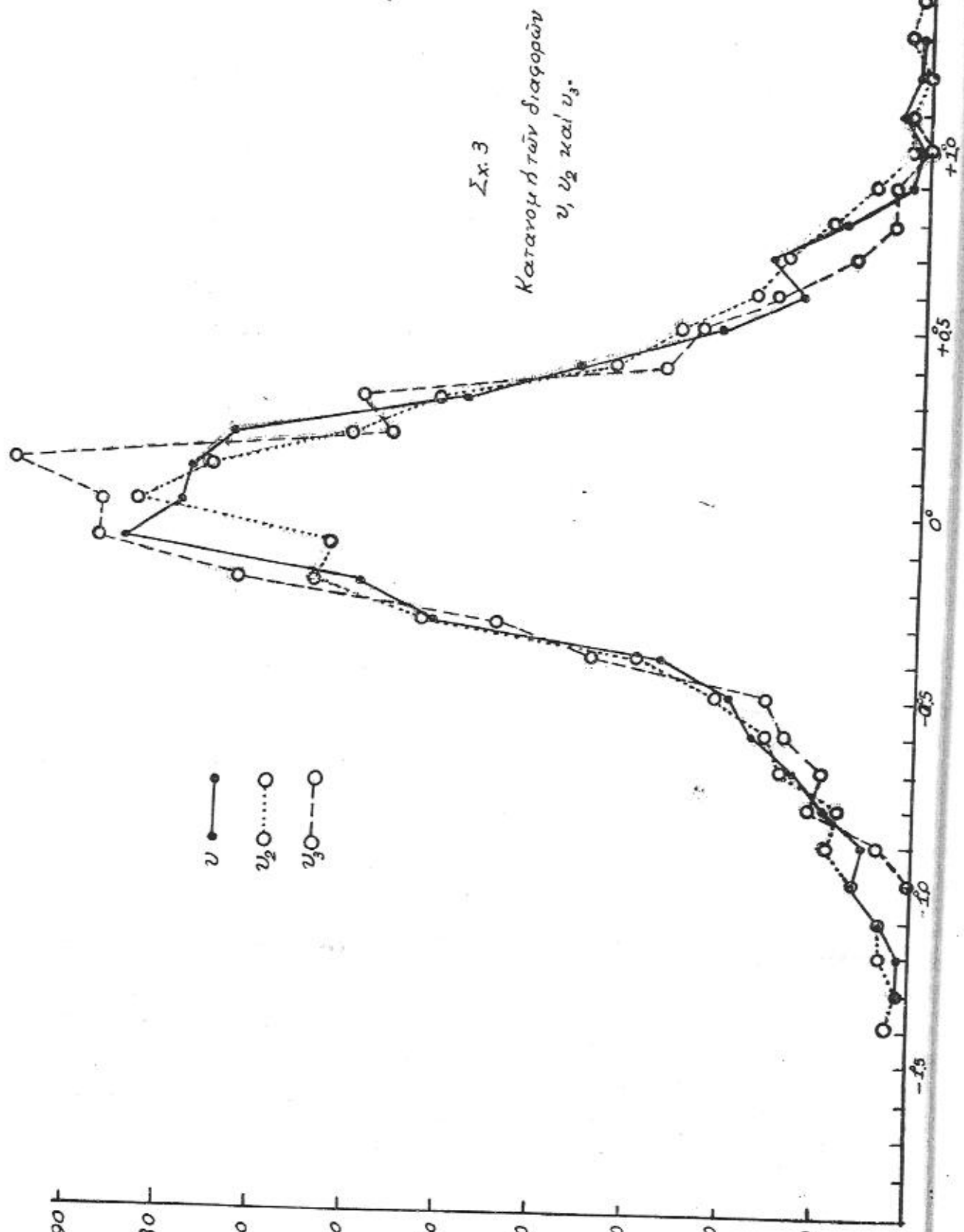
δ) " " " " τῶν σχέσεων τοῦ κ. Ξανθάκη πα-
ρέχει ἀκρίβειαν $K = 1.84$

Ἐκ τῶν τριῶν ἀνυτέρω ἐνγυρίσεων συνάγεται ὅτι αἵ τιμαί:

α) τοῦ πιθανοῦ σφάλματος κατὰ τὴν ἔκφρασιν ἐκδότης ἐτη-
σίας πορείας κεχωρισμένως,

β) τοῦ πλήθους τῶν διαφορῶν $T_{\text{παρ.}} - T_{\text{ἐπ.}}$ αἱ ὁποῖαι εἶναι κατ' ἀ-
πόλυτον τιμὴν μικρότεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.5°C ,

γ) τῆς ἀκριβείας τῆς παρεχομένης κατὰ τὴν μαθηματικὴν
ἔκφρασιν ὅλων τῶν θεωρημένων ἐνταῦθα ἐτησίων πορείων,
αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἐτησίας
πορείας διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη, περιλαμβάνονται με-
ταξὺ τῶν τιμῶν τῶν ἀντιστοίχων μεγεθῶν τῶν ἀναφερομένων



εἰς τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἑτησίας πορείας διὰ τῶν πολυωνύμων P_2 καὶ P_3 τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως.

Τέλος, διὰ τὰ κατὰ τὴν πληρεστέρα ἢ σύγκρισιν τῶν παρεχομένων προσεγγίσεων, δίδομεν εἰς τὸ σχῆμα (3) τὰς κατανομὰς τῶν διαφορῶν u_1, u_2 καὶ u_3 . Ἐκ τοῦ σχήματος τούτου διαπιστοῦται ὅτι τὸ πολύγωνον ἐπαναλήψεων τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν κατανομήν τῶν u περιλαμβάνεται, ἐν γένει, μεταξὺ τῶν δύο πολυγώνων ἐπαναλήψεων τῶν ἀντιστοιχούντων εἰς τὰς κατανομὰς τῶν u_2 καὶ u_3 . Ἐπίσης ἐάν ὑπολογίσωμεν τὰς διαφορὰς σ τῶν τριῶν αὐτῶν κατανομῶν τῇ βοήθειᾳ τῆς σχέσεως $\sigma = \sqrt{\frac{\sum u^2}{684}}$ εὐρίσκομεν τὰς ἑξῆς τιμὰς:

α) Διὰ τὴν κατανομήν τῶν u_2 : $\sigma = 0,43$

β) " " " " u_3 : $\sigma = 0,33$

γ) " " " " u : $\sigma = 0,38$

Ἐξ ὧν τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι ἡ προσέγγισις ἡ παρεχομένη ὑπὸ τῶν σχέσεων τοῦ κ. Ξανθάκη περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν προσεγγίσεων τῶν παρεχομένων ὑπὸ τῶν πολυωνύμων P_2 καὶ P_3 τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως. Λαμβάνοντες συνεπῶς ὑπ' ὄψιν τὸ πλῆθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν καταλήγομεν εἰς τὸ ἑξῆς συμπέρασμα:*

Ἡ μέθοδος τοῦ κ. Ξανθάκη διὰ τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῆς ἑτησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἰς τὰς εὐκράτους ζώνας παρέχει τὴν αὐτὴν προσέγγισιν, ἐν σχέσει πρὸς τὸ πλῆθος τῶν χρησιμοποιουμένων σταθερῶν, μὲ τὴν κλασικὴν μέθοδον τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως.

Ἐάν ἤδη λάβωμεν ὑπ' ὄψιν μας ὅτι ἡ μὲν μέθοδος τῆς ἁρμονικῆς ἀναλύσεως εἶναι μία μαθηματικὴ μέθοδος εἰδικῶς δη-

* Φυσικὰ τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἰσχύει κυρίως διὰ τοὺς μελετηθέντας ἐνταῦθα σταθμούς καὶ τὰ θεωρηθέντα χρονικὰ διαστήματα. Θὰ ἦτο συνεπῶς λίαν ἐνδιαφέρον νὰ ἐπεκταθῇ ἡ σχετικὴ ἔρευνα καὶ εἰς ἄλλους κατὰ τὸ δυνατόν περισσοτέρας σταθμοίς, ὡς καὶ εἰς διάφορα χρόνια διαστήματα.

μιουργηθεῖσα διὰ τὴν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῶν ἐμπειρικῶν
ἐξαρτήσεων, ἐνῶ ἡ μέθοδος τοῦ μ. Ξανθάκη βασίζεται ἐπὶ τῶν ἐμ-
πειρικῶς εὐρεθεισῶν σχέσεων (20) καὶ (21), τότε τὸ γεγονός ὅτι
αἱ δύο αὗται μέθοδοι παρέχουν τὴν αὐτὴν προσέγγισιν μᾶς δεικνύει
τὴν ὅπως ἰδιαιτέραν σημασίαν τὴν ὁποῖαν παρασιάζουν αἱ σχέσεις
αὗται (20) καὶ (21), αἱ ὁποῖαι πιθανότατα ἐκφράζουν ὠρισμένας
θεμελιώδεις φυσικὰς ιδιότητες τῆς ἑτησίας πορείας τῆς θερμικα-
σίας τοῦ ἀέρος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΕΤΗΣΙΑΣ ΠΟΡΕΙΑΣ ΑΠΟ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΝ ΤΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΔΡΑΣΕΩΣ

Ι. Ὁ τρόπος ἐρεύνης τοῦ *u*. Ξανθάκη.

§ 31. — Ὅπως εἶδομεν εἰς τὴν εἰσαγωγὴν (§ 16), διὰ
νά εἶναι πλήρης ἡ μελέτη τῆς μεταβλητότητος τῆς θερμοκρασί-
ας τοῦ αἵρος ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως, θά-
πρεπὴ νά μὴν περιορισθῶμεν εἰς τὴν μελέτην τῆς μεταβλητό-
τητος τῶν γνωστῶν μόνον χαρακτηρηστικῶν τῆς εἰτησίας πορείας
(μέση εἰτησία θερμοκρασία κ.τ.λ.), ἀλλὰ νά ἀναζητήσωμεν ὅλα ἐ-
κείνα τὰ χαρακτηρηστικά τῆς εἰτησίας πορείας μεμέθη τὰ ὅποια
παρουσιάζουν ἀξιολόγους μεταβολάς.

Ὁ *u*. Ξανθάκης ἔδειξεν ὅτι δυνάμεθα νά εὕρωμεν
πλείστα τοιαῦτα μεγέθη, τῇ βοήθειᾳ τῶν ὑπ' αὐτοῦ εὑρεθειῶν σχέσε-
ων (20) καὶ (21) καὶ τῆς ἐξ αὐτῶν προκύπτουσης νέας μαθηματι-
κῆς ἐκφράσεως τῆς εἰτησίας πορείας. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον ἐρ-
ράζεται ὡς ἑξῆς:

Ἐξετάζει κατ' ἀρχὴν τὰς τιμὰς τῶν σταθερῶν $A, C, V,$
 p, e, w καὶ διαπιστώνει ὅτι τινὲς ἐξ αὐτῶν παρουσιάζουν, διὰ τοὺς
μελετηθέντας ὑπ' αὐτοῦ β σταθμούς (Βιέννην, Κοπεγχάγην, Ἐδιμ-
βούργον, Ρώμην, Bergen καὶ Ν. Υόρκην), ἀξιολόγους μεταβολὰς ἀ-
πὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Ὅπως ὅμως προέ-
κυπτεν ἐκ τῶν σχέσεων (22) καὶ (23) αἱ μεταβολαὶ αὗται θά ἔ-
πρεπε νά ἐπιρρεάζουν σημαντικῶς τὴν εἰτησίαν πορείαν. Ὁρμώ-

μενος ἐξ αὐτοῦ ἀναζητεῖ κατόπιν ἀπλᾶς σχέσεις μεταξύ ὠρισμένων συναρτήσεων τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν καὶ τῶν σταθερῶν Λ, C, V, p, e, w . Ἐάν πράγματι καθίστατο δυνατόν νὰ εὑρεθῶν τοιαῦται σχέσεις, τότε, ἐφ' ὅσον αἱ μεταβολαὶ τῶν εἰς αὐτάς ὑπηρερχομένων σταθερῶν δὲν θὰ ἀλληλοεξουδετεροῦντο πλήρως, θὰ εἶχαμεν ἀναλόγους μεταβολὰς καὶ διὰ τὰς ἀντιστοιχίας συναρτήσεις τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν. Αἱ συναρτήσεις συνεπῶς αὗται θὰ ἦσαν τὰ ζητούμενα, ἀξιοσημειώτους μεταβολὰς παρουσιάζοντα, χαρακτηριστικὰ τῆς ἐτησίᾳς πορείας μεγέθη.

Ὁ κ. Ξανθάκης κατάρθωσε τῷ ὄντι νὰ εὕρῃ τοιαύτας σχέσεις εἰς μίαν σειράν προσεγγήτων ἐργασιῶν του [36-38].

Οὕτω, παριστῶν. φιά τῶν T_h, T_c τὰς μέσας θερμοκρασίας τῶν 4 θερμότερων καὶ τῶν 4 ψυχροτέρων μηνῶν τοῦ ἔτους, διὰ τῶν T_{eq}, T'_{eq} τὰς μέσας θερμοκρασίας κατὰ τοὺς μῆνας τῶν ἰσημεριῶν, διὰ τῶν T_s, T_w τὰς μέσας θερμοκρασίας κατὰ τοὺς μῆνας τῶν τροπῶν καὶ διὰ τοῦ R_e τὸ ὑπ' αὐτοῦ καλούμενον «εὖρος» τῆς ὑπεροχῆς $\Delta T_i = T_{13-i} - T_i$, $i = 1, 2, \dots, 6$ τῶν θερμοκρασιῶν τῶν μηνῶν τοῦ δευτέρου ἑξαμήνου ἀπὸ τῶν θερμοκρασιῶν τῶν ἀντιστοιχῶν μηνῶν τοῦ πρώτου, ἦτοι:

$$(37) \quad \left\{ \begin{array}{l} T_h = \frac{1}{4} (T_5 + T_6 + T_7 + T_8), \quad T_c = \frac{1}{4} (T_{11} + T_{12} + T_1 + T_2) \\ T_{eq} = \frac{1}{2} (T_3 + T_4), \quad T'_{eq} = \frac{1}{2} (T_9 + T_{10}) \\ T_s = \frac{1}{2} (T_6 + T_7), \quad T_w = \frac{1}{2} (T_{12} + T_1) \\ R_e = \Delta T_{max} - \Delta T_{min} = \frac{1}{2} [(T_9 - T_4) + (T_{10} - T_3)] - \frac{1}{2} [(T_7 - T_6) + (T_{12} - T_1)] \end{array} \right.$$

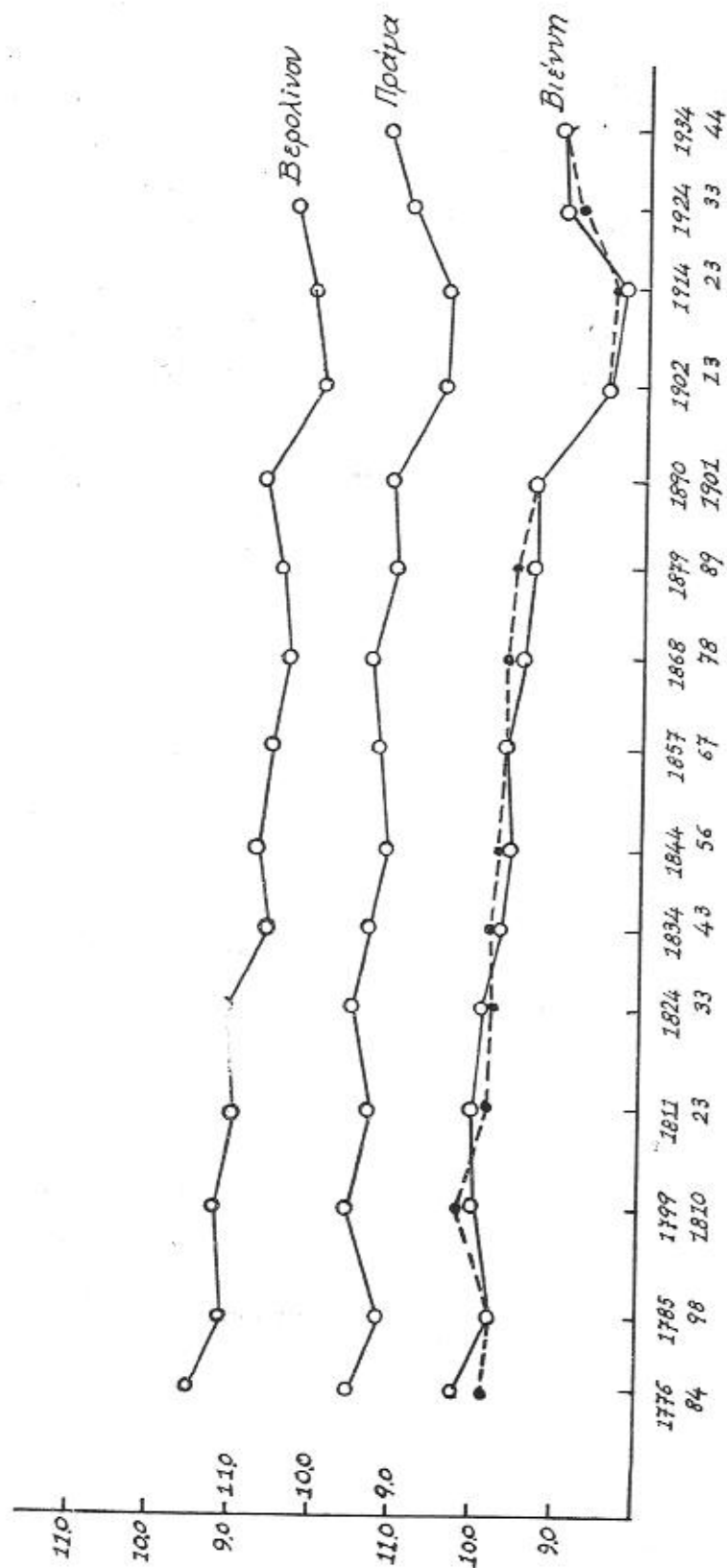
εὐρίσκει οὗτος τῇ βοήθειᾳ τῶν σχέσεων (20) - (23) τὰς ἐξῆς σχέσεις:

$$(38) \quad T_h - T_c = 1.673 C \sin(V - 9^\circ)$$

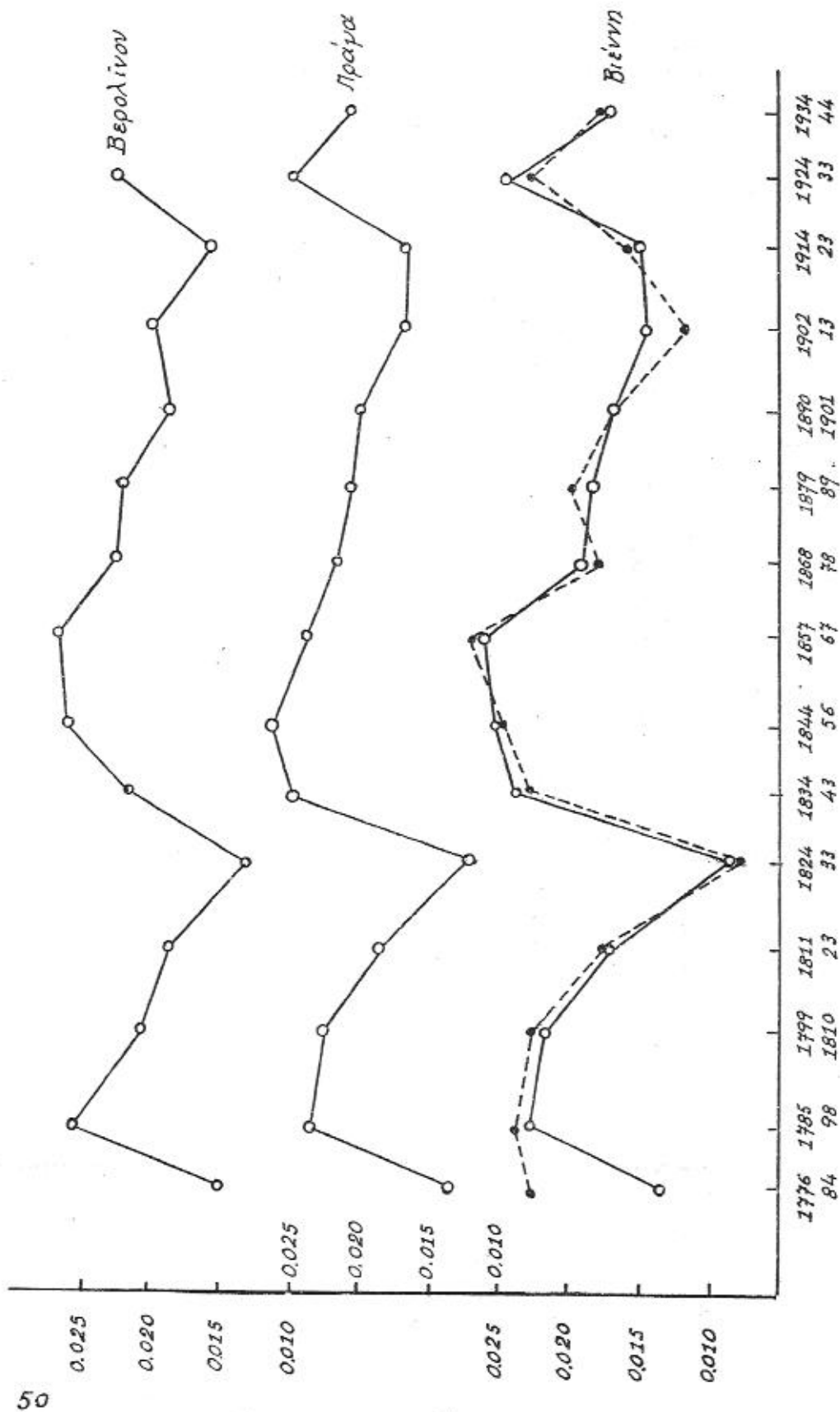
$$(39) \quad T'_{eq} - T_{eq} = (P + ee_0) + e_0 \sin(w - 9^\circ)$$

$$(40) \quad \epsilon \varphi(V - 9^\circ) = \frac{2}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{(T_s + T_w) - (T_{eq} + T'_{eq})}{(T_4 - T_3) + (T_9 - T_{10})}$$

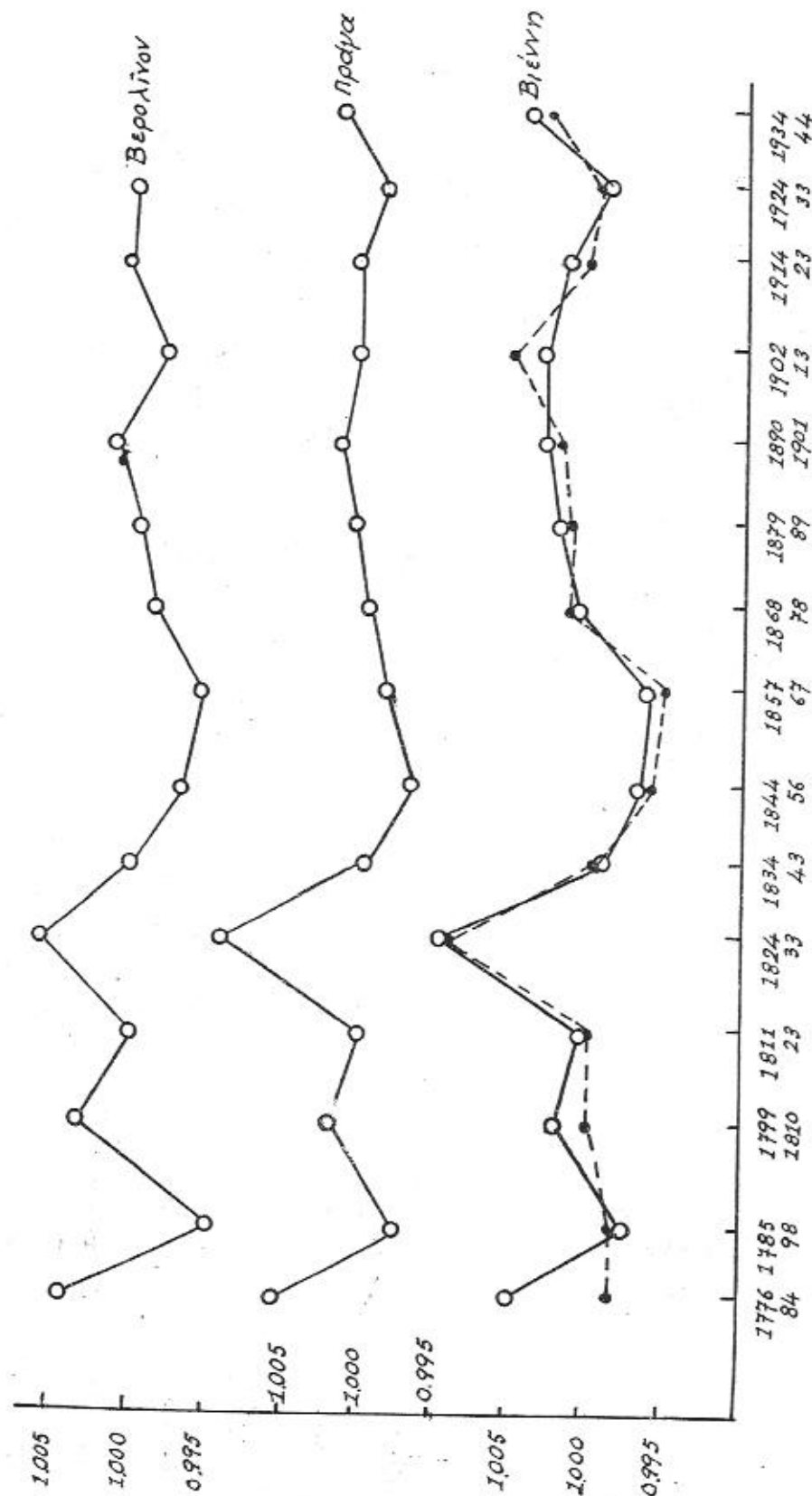
$$(41) \quad R_e = 0.732 e_0 \sin(w - 9^\circ) + 0.45 ee_0 \sin 2(w - 9^\circ)$$



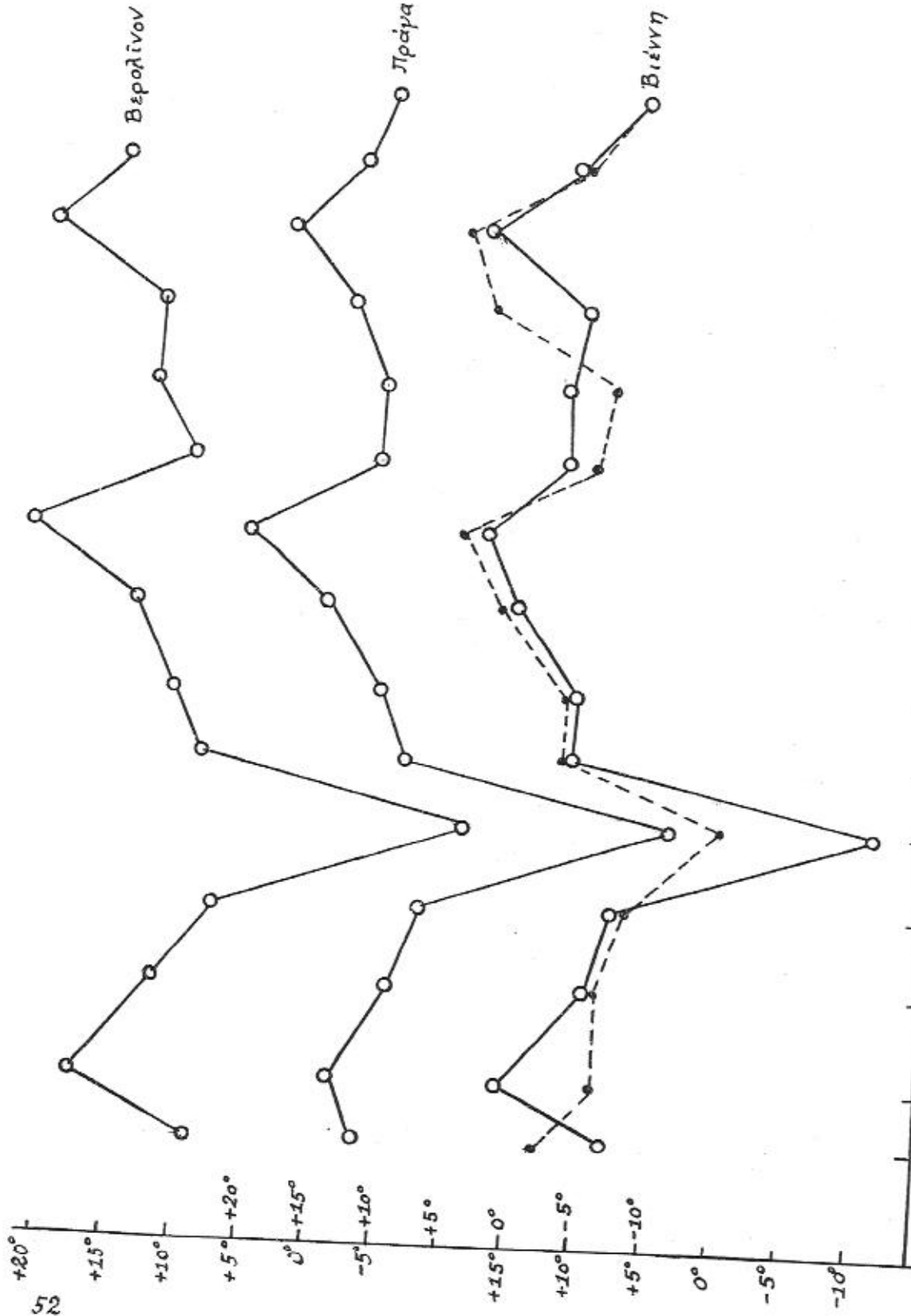
Σχ. 4. Τιμές της σταθεράς C.



Σκ.5. Τιμαί της σταθεράς θ.

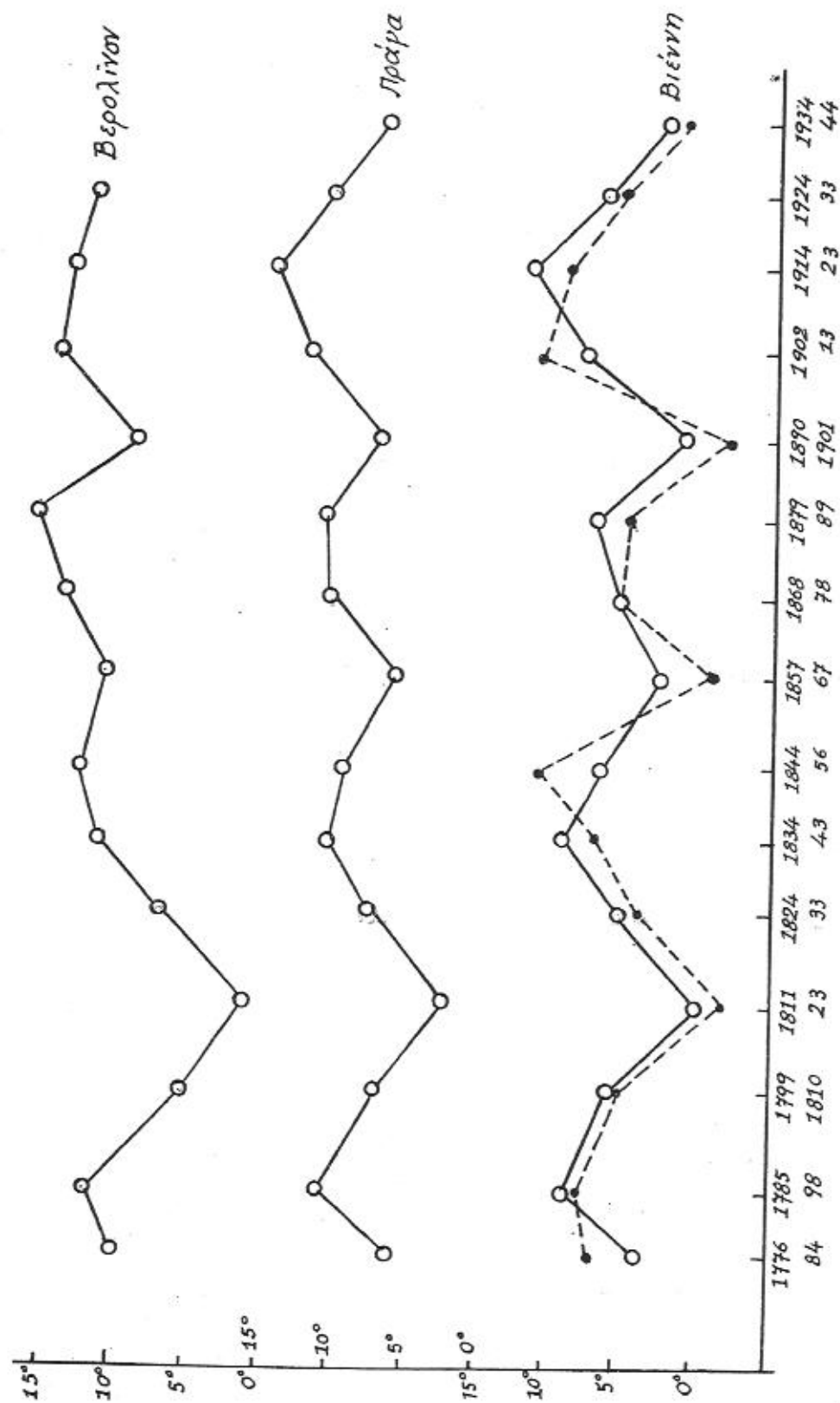


Σχ. 6. Τιμαί της σταθεράς p.



1776	1785	1799	1811	1824	1834	1844	1857	1868	1879	1890	1902	1914	1924	1934
84	98	1810	23	33	43	56	67	78	89	1901	13	23	33	44

Σελ. Τιμὰι' τῆς σταθμοῦ.



Σχ. 8. Τιμαί της σταθεράς V.

ὅπου :

$$(42) \quad P_0 = (p-1) T_{eq} \approx (p-1) \Lambda \text{ καὶ } e_0 = e P T_{eq} \sin 15^\circ \approx e P \Lambda \sin 15^\circ$$

Αἱ σχέσεις αὗται (38)-(41), ὅπως ἔδειξεν ὁ κ. Ξανθάκης, πληροῦνται ἱκανοποιητικῶς ἀπὸ τὰ δεδομένα τῶν παρατηρήσεων εἰς τοὺς 6 μελετηθέντας ὑπ' αὐτοῦ σταθμούς. Ἐπειδὴ δὲ αἱ μεταβολαὶ τῶν εἰς αὐτάς ὑπηρεχομένων σταθερῶν δὲν ἀλληλοεξαιδετεραινται εἰμὴ μόνον ἐν μέρει, ἔπεται ὅτι αἱ σχέσεις αὗται μᾶς παρέχουν πρᾶγματι, χαρακτηριστικὰ μεγέθη τῆς ἔτησίας πορείας παρασιάζοντα ἀξιολόγους μεταβολὰς ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως. Ἐν τῶν χαρακτηριστικῶν τούτων μεγεθῶν τὰ τρία πρῶτα, ἥτοι τὰ $T_h - T_c$, $T_{eq} - T_{eq}'$ καὶ $D = (T_s + T_w) - (T_{eq} + T_{eq}')$ καλεῖ ὁ κ. Ξανθάκης «ἐποχιακὰς θερμοκρασίας», ἐνῶ τὸ τέταρτον, τὸ R_e , καλεῖ οὗτος «εὖρος τῆς ὑπεροκῆς τῶν θερμοκρασιῶν»*.

Κατὰ τὸν τρόπον αὐτὸν καθίσταται δυνατόν νὰ ἔκωμεν πολυτίμους πληροφορίας διὰ τὴν μεταβλητότητα τῆς ἔτησίας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος τῇ βοήθειᾳ τῆς μαθηματικῆς ἐκφράσεως αὐτῆς, τοῦθ' ὅπερ ἐπιβεβαιοῖ τὰ ἀνωτέρω λεχθέντα (§7) περὶ τῆς ἰδιαίτερας σημασίας τὴν ὁποῖαν ἐνέχει, καὶ ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς, ἡ εὐρεσις καταλλήλου μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς ἔτησίας πορείας.

§ 32. — Τὰ ἀνωτέρω συμπεράσματα τοῦ κ. Ξανθάκη ἰσχύουν φυσικὰ διὰ τοὺς 6 μελετηθέντας ὑπ' αὐτοῦ σταθμούς. Ὅπως ὅμως ἐδείκθη προηγουμένως αἱ σχέσεις (20)-(23) πληροῦνται ἐπίσης ἱκανοποιητικῶς καὶ διὰ τὴν Πράγαν καὶ τὸ Βερολῖνον. Εἶναι συνεπῶς ἐνδιαφέρον νὰ ἐξετασθῇ κατὰ πόσον δυνάμεθα νὰ ἐπεκτείνωμεν καὶ εἰς τοὺς ἐν λόγω σταθμούς τὰ συμπεράσματα ταῦτα.

* Αἱ σχέσεις (38)-(41) παρουσιάζουν ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον καὶ ἀπὸ μιᾶς ἄλλης ἀπόψεως, ὅτι δηλαδὴ συνδέουν τὰς σταθερὰς τοῦ κ. Ξανθάκη πρὸς τὰ ἀνωτέρω 4 χαρακτηριστικὰ τῆς ἔτησίας πορείας μεγέθη καὶ μᾶς παρέχουν συνεπῶς τοιαυτοτρόπως τὴν φυσικὴν σημασίαν τῶν σταθερῶν τούτων. [36].

Πρός τούτο θά πρέπει νά ἐξετάσουμεν κατ'ἀρχήν κατὰ πόσον καί εἰς τοὺς σταθμοὺς τούτους αἱ σταθεραὶ τοῦ *u* Ξανθάκη παρουσιάζουν μεταβολὰς ἀναλόγους πρὸς τὰς διαπιστωθεῖσας διὰ τὰς 6 ἄλλους σταθμοὺς. Τούτο πράγματι συμβαίνει, ὅπως φαίνεται ἐκ τοῦ πίνακος IV. Διὰ νά καταστή μάλιστα περισσότερον ἐποπτικὴ ἡ μελέτη τῶν μεταβολῶν αὐτῶν, παρέχεται εἰς τὰ ἀνωτέρω σχήματα (4)-(8) ἡ γραφικὴ παράστασις τῶν τιμῶν τῶν σταθερῶν τόσο διὰ τὴν Πράγαν καί τὸ Βερολῖνον, ὅσον καί διὰ τὴν Βιέννην.* Ἐν τῶν διαγραμμάτων τούτων διαπιστοῦται εὐκόλως ὅτι αἱ πλεῖστα τῶν σταθερῶν τοῦ *u* Ξανθάκη παρουσιάζουν καί διὰ τὴν Πράγαν καί τὸ Βερολῖνον ἀξιοσημειώτους μεταβολὰς καί αἱ ὁποῖαι μάλιστα εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰς μεταβολὰς τὰς εὐρεθεῖσας διὰ τὴν Βιέννην.

Συγκεκριμένως:

α) Ἡ σταθερά ζ (σχ.4) παρουσιάζει μίαν ἐλαφρὰν πτώσιν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν τοῦ 19^{ου} αἰῶνος μέχρι τῆς περιόδου 1914-23, ὁπόθεν ἄρκεται καί πάλιν αὐξανομένη. Ἡ πτώσις μάλιστα αὕτη εἶναι πλέον ἐντονος καί ὁμαλὴ διὰ τὴν Βιέννην, ἐνῶ διὰ τὰς δύο ἄλλους σταθμοὺς διακόπτεται ἀπὸ μικρὰς τινὰς αὐξομειώσεις τῆς τιμῆς τοῦ ζ .

β) Ἀντιθέτως ἡ σταθερά e (σχ.5) παρουσιάζει σημαντικὰς αὐξομειώσεις τῆς τιμῆς της μέ δύο εἰς ἑλλάχιστα τὸ πρῶτον κατὰ τὴν περίοδον 1824-33 καί τὸ δεύτερον κατὰ τὰς περιόδους 1902-13 καί 1914-23.

γ) Ἡ σταθερά p (σχ.6) παρουσιάζει καί αὕτη αὐξομειώσεις ὅπως καί ἡ e , ἀντιθέτου ὅμως φορᾶς. Ἐν τῶν σχ.(5) καί (6) μάλιστα εὐκόλως διαπιστοῦται ὅτι ὑπάρχει μίᾶ στενὴ ἀρνη-

* Αἱ τιμαὶ τῶν σταθερῶν διὰ τὴν Βιέννην, αἱ εὐρεθεῖσαι ὑπὸ τοῦ *u* Ξανθάκη, παρίστανται εἰς τὰ σχήματα (4)-(8) διὰ τῆς διασκευομένης γραμμῆς, ἐνῶ ἡ συνεχὴς γραμμὴ παρίστανται τὰς τιμὰς τῶν σταθερῶν διὰ τὸν σταθμὸν τοῦτον, τὰς εὐρεθεῖσας διὰ τῆς χρησιμοποιουμένης ἐνταῦθα νέας μεθόδου [Πίναξ IV].

τική ευχετέις μεταξύ των τιμών των δύο τούτων σταθερών. Ὁ αντίστοιχος συντελεστής ευχετέσεως εἶναι διὰ τὴν Βιέννην $-0,92$, διὰ τὴν Πράγαν $-0,84$ καὶ διὰ τὸ Βερολῖνον $-0,85$.

δ) Αἱ γωνίαι γάσεως παρουσιάζουν ἐπίσης ἀξιολόγους μεταβολάς. Οὕτω, ἡ γωνία $\underline{\pi}$ (ε.κ.γ) παρουσιάζει αὐξομειώσεις σημαντικοῦ εὗρους μέ ἐν σαφές ἐλάχιστον κατὰ τὴν περίοδον 1824-33 καὶ εὐδιάκριτα μέγιστα κατὰ τὰς περιόδους 1868-78 καὶ 1914-23.

Ἡ γωνία $\underline{V}$ ε.κ.δ) ἀντιθέτως παρουσιάζει αὐξομειώσεις μικροτέρου εὗρους μέ εὐδιάκριτα ἐλάχιστα κατὰ τὰς περιόδους 1811-23, 1857-67 καὶ 1890-1901.

ε) Ἡ σταθερά $\underline{A}$ τέλος παρουσιάζει ἐπίσης σημαντικὰς μεταβολάς. Ἐπειδὴ ὁμως δι' αὐτῆς γίνεται ἡ ἰσοκατανομή των διαφορῶν $u_T = (T_{\mu,i})_{\text{παρ.}} - (T_{\mu,i})_{\text{ὑπ.}}$ κατὰ τὴν λύσιν τοῦ συστήματος (20), διὰ τούτου αἱ μεταβολαὶ των τιμῶν αὐτῆς προέρχονται τόσον ἐκ των μεταβολῶν των τιμῶν τοῦ $T_m = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_{\mu,i} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} T_i$, ὅσον καὶ ἐκ των μεταβολῶν τῆς γωνίας $\underline{V}^*$ καὶ ὥς ἐκ τούτου δέν παρουσιάζουν ἰδιαιτέρον ἐνδιαφέρον.

§ 33. — Ὅπως διεπιστώθη ἀνωτέρω αἱ πλεῖσται των σταθερῶν τοῦ κ. Ξανθάκη παρουσιάζουν ἀξιοσημειώτους μεταβολάς καὶ εἰς τούς δύο νέους σταθμούς, τὴν Πράγαν καὶ τὸ Βερολῖνον. Ἄν συνεπῶς καὶ αἱ σχέσεις (38)-(41) πληροῦνται ἐπίσης ἡκανοποιητικῶς καὶ δι' αὐτούς, τότε τόσον αἱ ἐποχιακαὶ θερμοκρασίαι ὅσον καὶ τὸ εὖρος R_e θά παρουσιάζουν καὶ διὰ τούς σταθμούς τούτους ἀξιολόγους μεταβολάς. Ἡ ἐξέτασις μάλιστα τῆς ἰσχύος των σχέσεων (38)-(41) παρουσιάζει ἐνδιαφέρον καὶ ἀπὸ τῆς ἐξῆς ἀπόψεως: ἐνταῦθα ὁ ὑπολογισμός των σταθερῶν γένετο διὰ τῆς προηγουμένως περιγραφείσης νέας μεθόδου καὶ συνεπῶς εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ ἐξετασθῇ κατὰ πόσον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἰσχύουν αἱ σχέσεις αὗται ἐξ ἴσου ἡκανοποιητικῶς, ὅσον καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν αἱ σταθεραὶ ὑπολογίζονται διὰ τῆς μεθόδου τοῦ κ. Ξανθάκη. Διὰ

* Ταῦτο προκύπτει καὶ ἐκ τῆς ὑπὸ τοῦ κ. Ξανθάκη δοθείσης [36] σχέσεως: $A = T_m + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{6} C_{\eta\mu}(V-9^\circ)$.

τόν λόγον διυριβῶς αὐτόν συμπεριελήφθη εἰς τόν διά τήν μελέτην τοῦ ζητήματος καταρτισθέντα πίνακα VI ἐκτός τῶν δύο νέων σταθμῶν καί ἡ Βιέννη. Εἰς τόν πίνακα τοῦτον παρέχονται τά ἐξῆς στοιχεῖα:

α) Αἱ παρατηρηθεῖσαι τιμαί τῶν ἐποχικῶν θερμοκρασιῶν καί τοῦ εὗρους τῆς ὑπεροχῆς τῶν θερμοκρασιῶν, $(T_h - T_c)_{\text{παρ.}}$, $(T'_{\text{eq}} - T_{\text{eq}})_{\text{παρ.}}$, $D = (T_s + T_w)_{\text{παρ.}} - (T'_{\text{eq}} + T_{\text{eq}})_{\text{παρ.}}$ καί $(R_e)_{\text{παρ.}}$.

β) Αἱ διά τῶν σχέσεων* (38), (39) καί (41) ὑπολογισθεῖσαι τιμαί** $(T_h - T_c)_{\text{ὑπ.}}$, $(T'_{\text{eq}} - T_{\text{eq}})_{\text{ὑπ.}}$ καί $(R_e)_{\text{ὑπ.}}$ καθὼς καί αἱ τιμαί τῆς διαφορᾶς $V-11^\circ$.

Ὅπως διαπιστοῦται ἐξ αὐτοῦ:

α) Τά 86% τῶν διαφορῶν $(T_h - T_c)_{\text{παρ.}}$ - $(T_h - T_c)_{\text{ὑπ.}}$ καί

β) Τά 93% " " $(R_e)_{\text{παρ.}}$ - $(R_e)_{\text{ὑπ.}}$

εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρότεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.1°C , ἐνῶ:

γ) Τά 91% τῶν διαφορῶν $(T'_{\text{eq}} - T_{\text{eq}})_{\text{παρ.}}$ - $(T'_{\text{eq}} - T_{\text{eq}})_{\text{ὑπ.}}$

εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν μικρότεραι ἢ ἴσαι τῶν 0.3°C .

Συνεπῶς αἱ σχέσεις (38), (39) καί (41) πληροῦνται ἱκανοποιητικῶς, καί ὅταν ὁ ὑπολογισμὸς τῶν σταθερῶν γίνεται διά τῆς χρησιμοποιομένης ἐνταῦθα νέας μεθόδου, τόσον διά τήν Βιέννην, ὅσον καί διά τήν Πράγαν καί τό Βερολῖνον.

Τό αὐτό ἰσχύει ἐπίσης καί διά τήν σχέση (40). Οὕτω ἐκ τῆς ἐξέως ταύτης προκύπτει ὅτι ἡ διαφορά D πρέπει νά εἶναι ὁ μόνος πρὸς τήν διαφοράν $V-11^\circ$. Τοῦτο διαπιστοῦται πράγματι ἐκ τοῦ πίνακος VI ἐκ τοῦ ὁποῦ μάλιστα εὕρισκομεν ὅτι ὑπάρκει μία στενὴ συσχέτισις μεταξὺ τῶν τιμῶν τῶν δύο αὐτῶν διαφορῶν. Ὁ ἀντίστοιχος συντελεστής συσχέτισεως εἶναι $+0.98$ διά τήν Βιέννην, $+0.98$

* Πρέπει νά σημειωθῇ ἐνταῦθα ὅτι λόγῳ τῆς χρησιμοποιομένης τῶν νέων τιμῶν τοῦ μήκους τοῦ ἥλιου ἢ σταθερᾶ γωνία 9° εἰς τὰς σχέσεις (38) - (41) ἀντικαθίσταται διά τῆς τιμῆς 11° .

** Διά τήν εὐρεσιν τόσον τῆς $(R_e)_{\text{ὑπ.}}$ ὅσον καί τῆς $(T'_{\text{eq}} - T_{\text{eq}})_{\text{ὑπ.}}$ ὡς τιμαί τῶν P_o, e_o ἐλήφθησαν αἱ: $P_o = (p-1)A$, $e_o = ePA$ συν 15° .

διά τήν Πράγαν καί $+0.99$ διά τό Βερολῖνον. Τελικῶς λοιπόν κατα-
λήγομεν εἰς τό συμπέρασμα ὅτι τόσον αἱ ἐποχιακαί θερμοκρασίαι, ὅ-
σον καί τό εὖρος R_e θά πρέπει νά παρουσιάζουν καί εἰς τήν Πρά-
γαν καί τό Βερολῖνον ἀξιοσημειώτους μεταβολάς καί δὴ ἀναλό-
γους πρός τὰς παρατηρημένας εἰς τήν Βιέννην.

II. Μεταβολαί τῆς ἐτησίας πορείας εἰς τήν Κεντρι- κὴν Εὐρώπην.

§ 34. Ἦδη προβαίνομεν εἰς τήν μελέτην τῶν ἀπό περι-
όδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιακῆς δράσεως μεταβολῶν τῆς ἐτησίας πο-
ρείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἰς ταῖς τρεῖς σταθμούς τῆς
Κεντρικῆς Εὐρώπης: Βιέννην, Πράγαν καί Βερολῖνον.

Πρός τοῦτο μελετῶμεν κατ' ἀρχήν τήν μεταβλητό-
τητα τῶν γνωστῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ἐτησίας πορείας ἤτοι τῆς
μέσης ἐτησίας θερμοκρασίας, τοῦ ἐτησίου εὗρους καί τῶν ἐποχῶν
τοῦ μεγίστου καί ἐλαχίστου. Κατόπιν δέ ὁλοκληροῦμεν τήν σχε-
τικὴν μελέτην ἑξετάζοντες καί τήν μεταβλητότητα τῶν νέων
χαρακτηριστικῶν τῆς ἐτησίας πορείας μεγεθῶν, ἤτοι τῶν ἐπο-
χιακῶν θερμοκρασιῶν καί τοῦ εὗρους R_e .

Οὕτω:

α) Εἰς τό σχ.(9) παρέχεται ἡ γραφικὴ παράστασις τῶν
τιμῶν τῆς μέσης ἐτησίας θερμοκρασίας T_m . Ἐκ τούτου διαπιστῶ-
νται ὅτι ἀπὸ τῆς περιόδου 1879-89 καί ἐντεῦθεν ἔχομεν μίαν γενι-
κὴν τάσιν αὐξήσεως τῆς T_m . Βεβαίως ἡ συνολικὴ αὐξήσις τῆς ἐν-
τός τῶν 6 αὐτῶν περιόδων εἶναι μικρά (0.50°C περίπου), παρὰ
ταῦτα ὅμως ἡ διαπίστωσις αὕτη εἶναι ἐνδιαφέρουσα, λαμβανομέ-
νου ὑπ' ὄψιν μάλιστα ὅτι ἀναφέρεται εἰς ἐποχὴν καθ' ἣν ἡ ἀκρι-
βεία τῶν μετεωρολογικῶν παρατηρήσεων εἶναι σημαντικῶς νῦξη-
μένη. Σημειωτέον ὅτι, καθὼς ἴδειξεν ὁ Willel [43], ἡ γενικὴ αὐ-
τὴ τάσις παρουσιάζεται εἰς ὅλοκληρον τὴν βόρειον εὐκρατον καί πο-
λικὴν ζώνην καί μάλιστα εἶναι ἰδιαίτερος αἰσθητὴ εἰς τὰ ἀνώτε-

ρα πλάτη. Όσον αφορά τὰς προηγουμένας περιόδους, παρατηρούμεν ὅτι αἱ ὑπάρχουσαι μενικαὶ τάξεις δὲν συμπίπτουν. Οὕτω εἰς τὴν Βιέννην ἔχομεν μίαν σημαντικὴν πτώσιν τῆς T_m , ἥτις εἰς τὴν Πράγαν διακρίπτεται ὑπὸ αἰσθητῶν διακυμάνσεων, ἐνῶ ἀντιθέτως εἰς τὸ Βερολῖνον παρατηρεῖται μία μενικὴ τάξις ἀξίσεως τῆς μέσης ἐτησίας θερμοκρασίας ἀπὸ τῆς περιόδου 1799-1810.

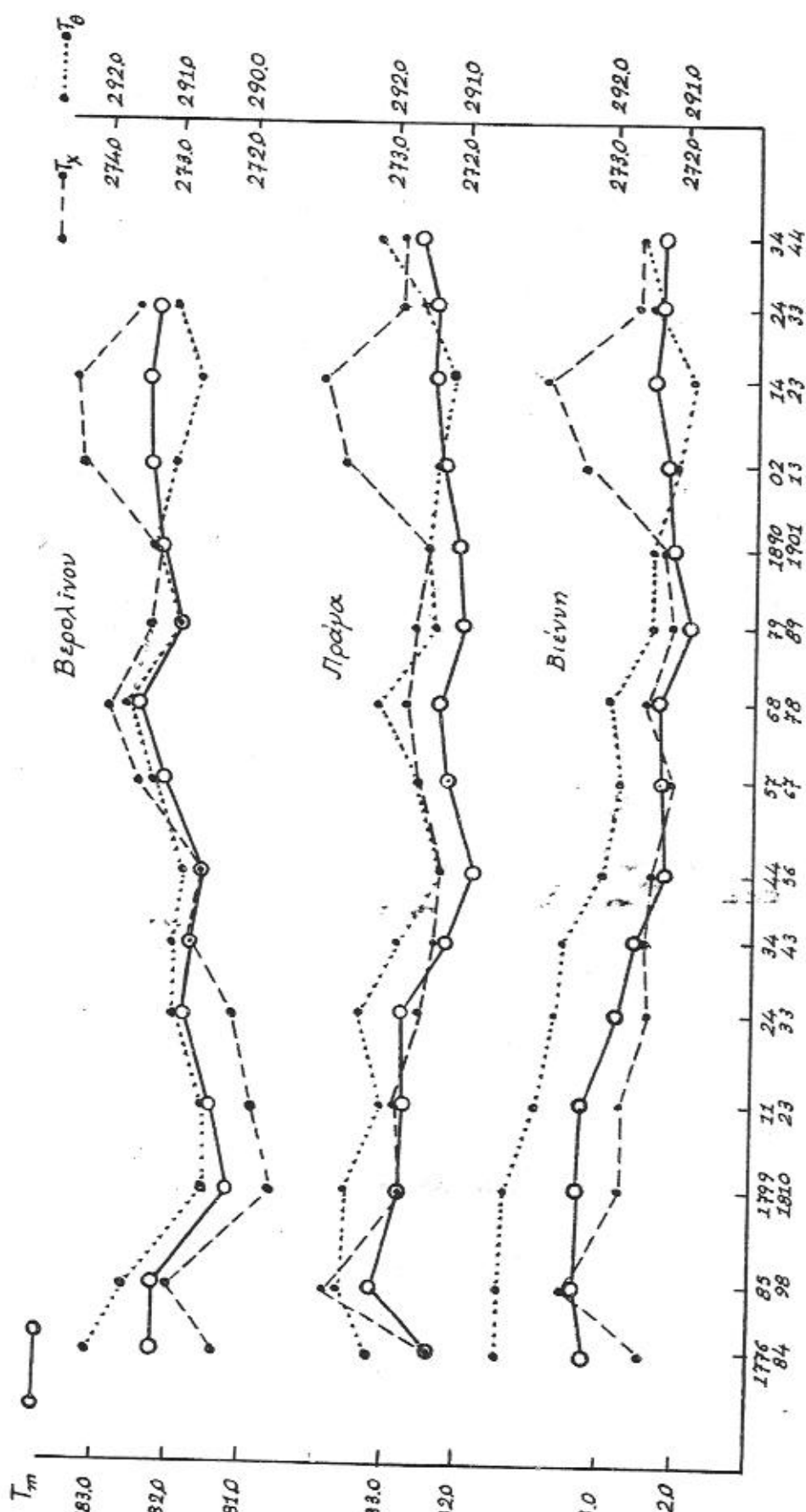
β) Εἰς τὸ αὐτὸ σχῆμα (9) παρέχονται ἐπίσης καὶ αἱ μεταβολαὶ τῆς μέσης θερμοκρασίας τῶν τριῶν χειμερινῶν μηνῶν, $T_x = \frac{1}{3}(T_{12} + T_1 + T_2)$, καθὼς καὶ τῆς μέσης θερμοκρασίας τῶν τριῶν θερινῶν τοισύτων, $T_\theta = \frac{1}{3}(T_6 + T_7 + T_8)$, αἵτινες, ὅπως εἶδομεν εἰς τὴν εἰσαγωγὴν (§15-16), ὑπῆρξαν ἐπίσης ἀντιτιμεινόμενον ἰδιαιτέρας μελέτης.

Παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ 19^{ου} αἰῶνος αἱ πορεῖαι τῶν τιμῶν τόσο τῆς T_x ὅσον καὶ τῆς T_θ εἰς τὰς μενικὰς γραμμὰς τῶν ταύλαχιστον εἶναι αἱ αὐταὶ πρὸς τὴν πορείαν τῶν τιμῶν τῆς μέσης ἐτησίας θερμοκρασίας. Κατὰ τὰς δύο περιόδους ὅμως 1902-13 καὶ 1914-23 παρατηρεῖται μίαν σημαντικὴν διαφορὰ: αἱ τιμαὶ τῆς T_x παρουσιάζουν μίαν σημαντικὴν αὐξήσιν, ἐνῶ ἀντιθέτως ἡ T_θ δεικνύει μίαν ἀσθενῆ πτώσιν. Σημαντικὴ ἐπίσης διαφορὰ εἰς τὰς μεταβολὰς τῶν τιμῶν τῶν T_x καὶ T_θ παρατηρεῖται καὶ κατὰ τὰς δύο περιόδους 1776-84 καὶ 1785-98.

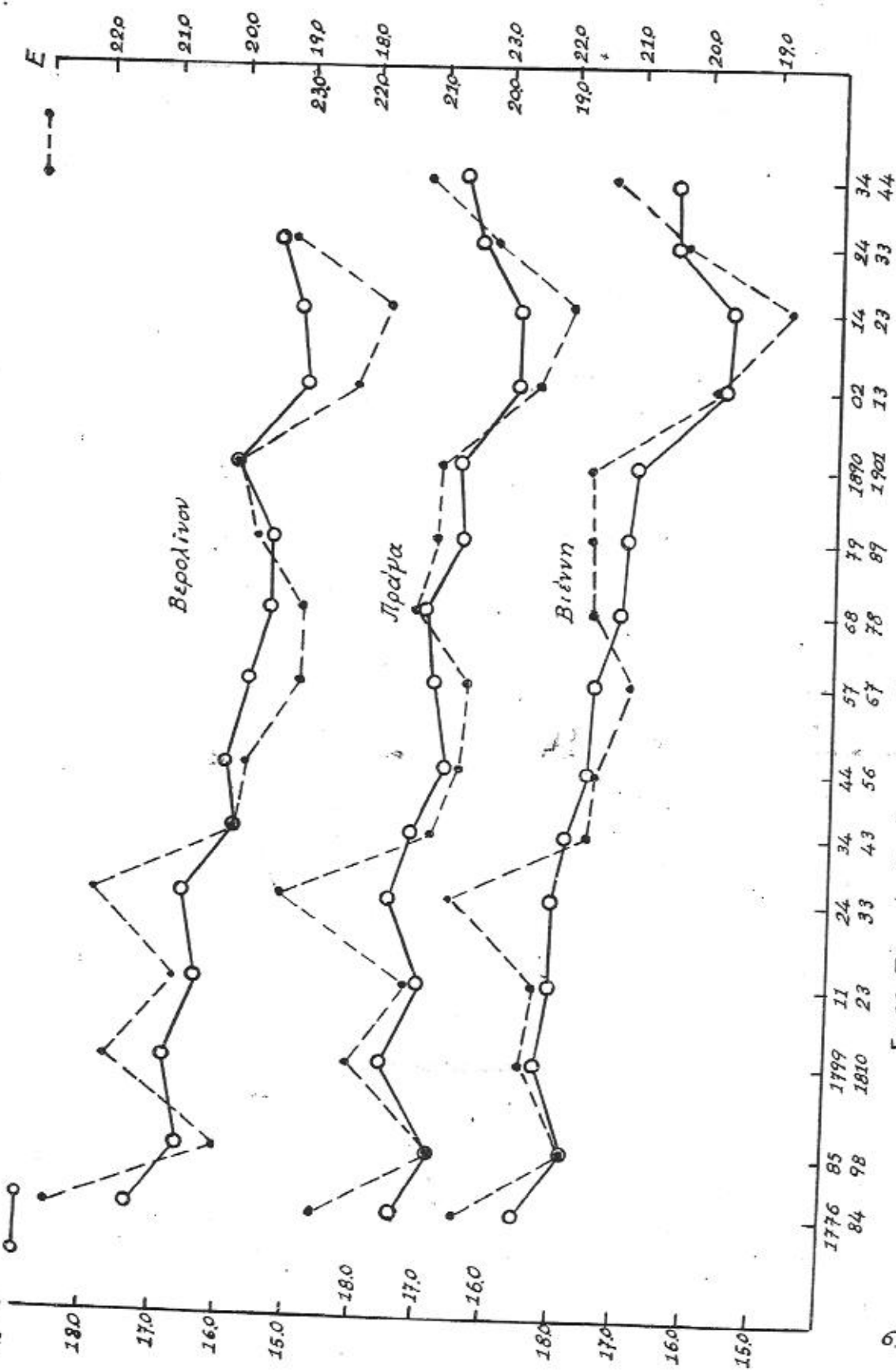
γ) Όσον ἀφορᾷ τὰς ἐποχὰς τῶν ἀκρων τιμῶν ἀξιοσημεῖα εἶναι τὰ ἑξῆς δύο σημεῖα:

1) Κατὰ τὴν περίοδον 1799-1810 ἔχομεν (ὅπως φαίνεται ἐκ τοῦ πίνακος V) μίαν μετάθεσιν τοῦ μεγίστου ἀπὸ τοῦ Ἰουλίου εἰς τὸν Αὐγούστου εἰς τοὺς 3 θερμοκρινέτους σταθμούς.

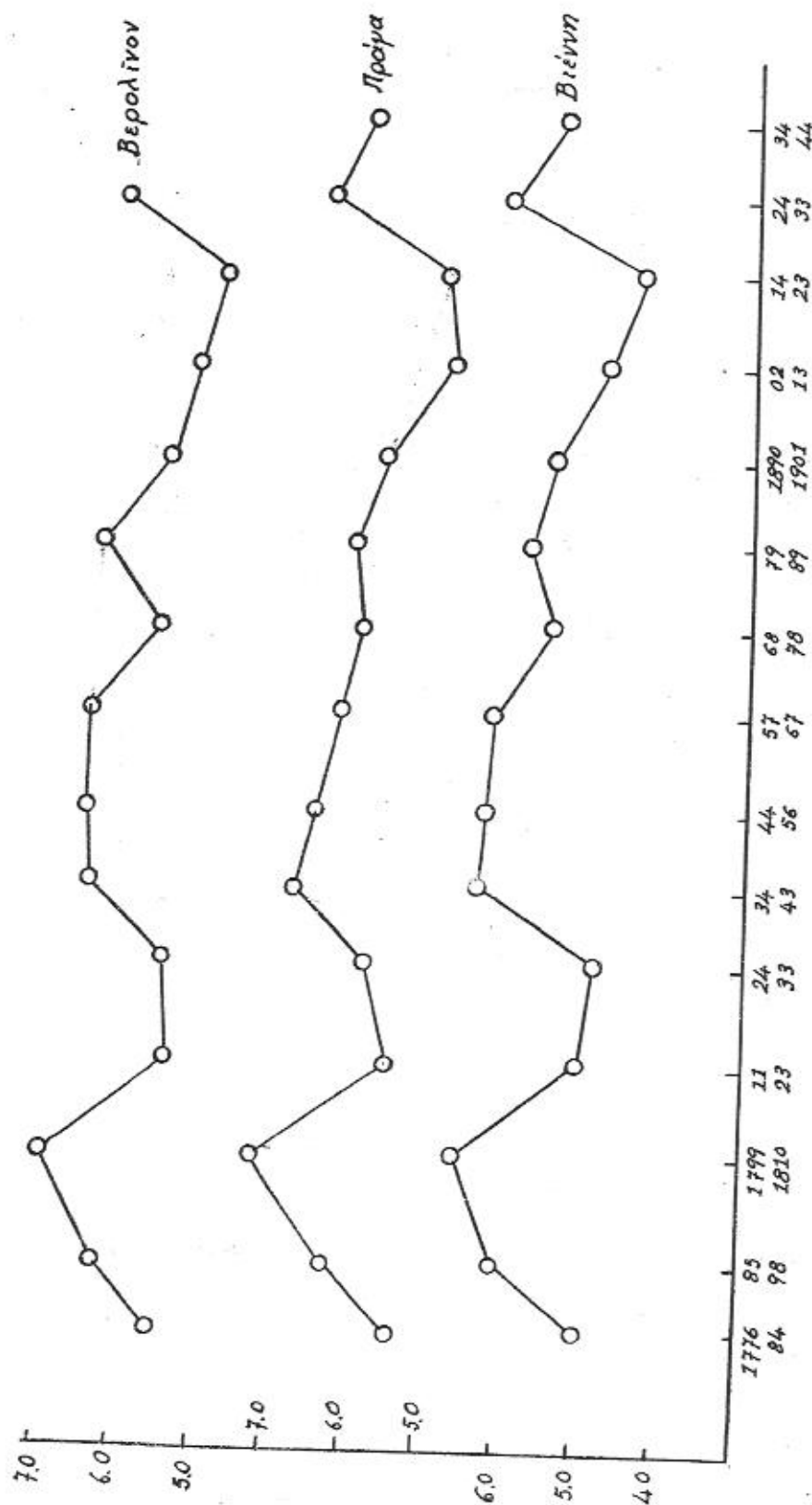
2) Κατὰ τὰς περιόδους 1914-23 καὶ 1924-33 ἔχομεν μίαν μετάθεσιν τοῦ ἐλαχίστου ἀπὸ τοῦ Ἰανουαρίου εἰς τὸν Φεβρουάριον. Ἡ μετάθεσις αὕτη εἰς ἀμφοτέραις τὰς περιόδους ἐμφανίζεται εἰς δύο μόνον ἐκ τῶν σταθμῶν, ἐνῶ εἰς τὸν τρίτον ἔχομεν μό-



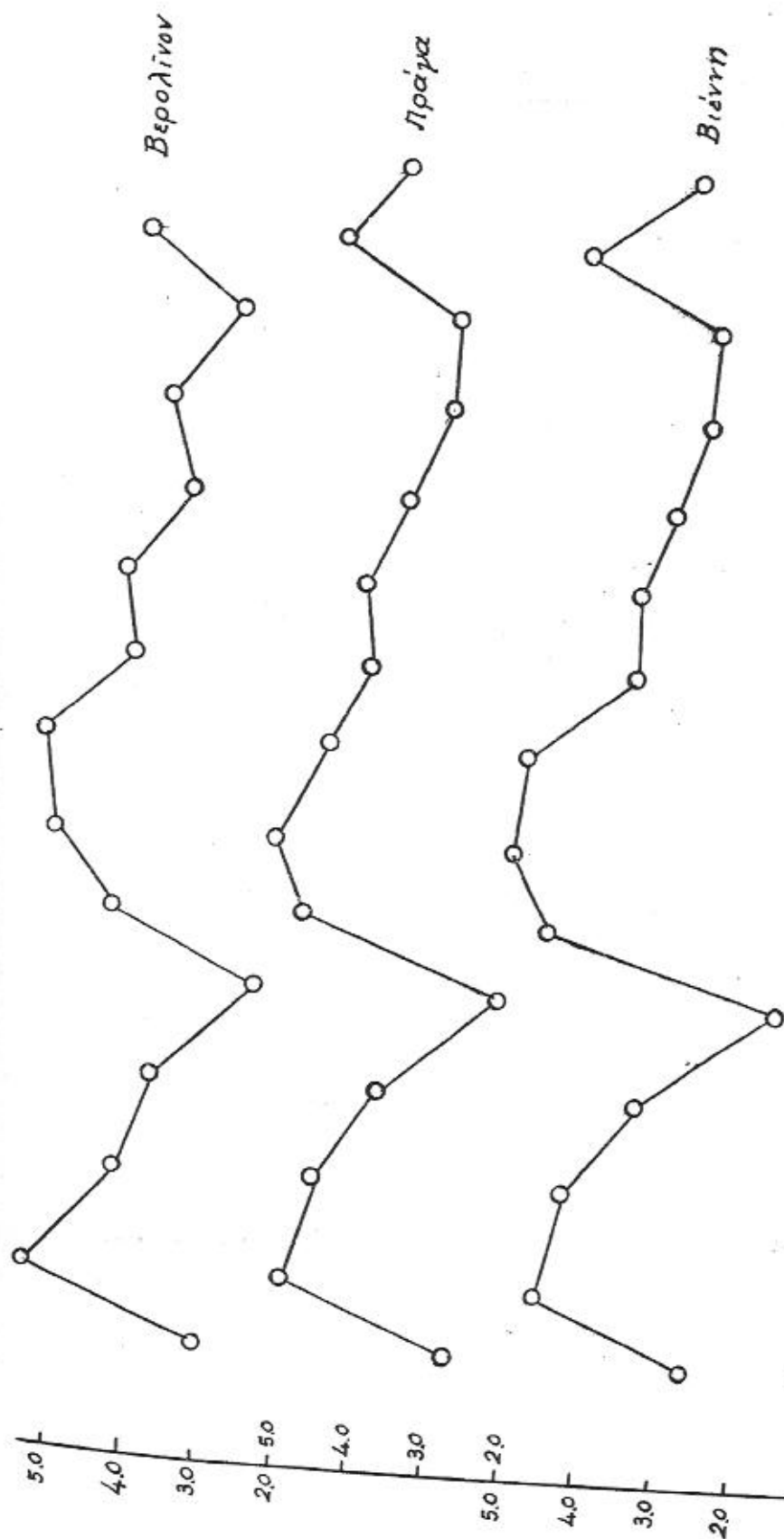
Σχ. 9. Τιμαίτης μέσης ετήσιας θερμοκρασίας (T_m) καί των μέσων θερμοκρασιών των χειμερινών (T_x) καί θερινών (T_θ) μηνών.



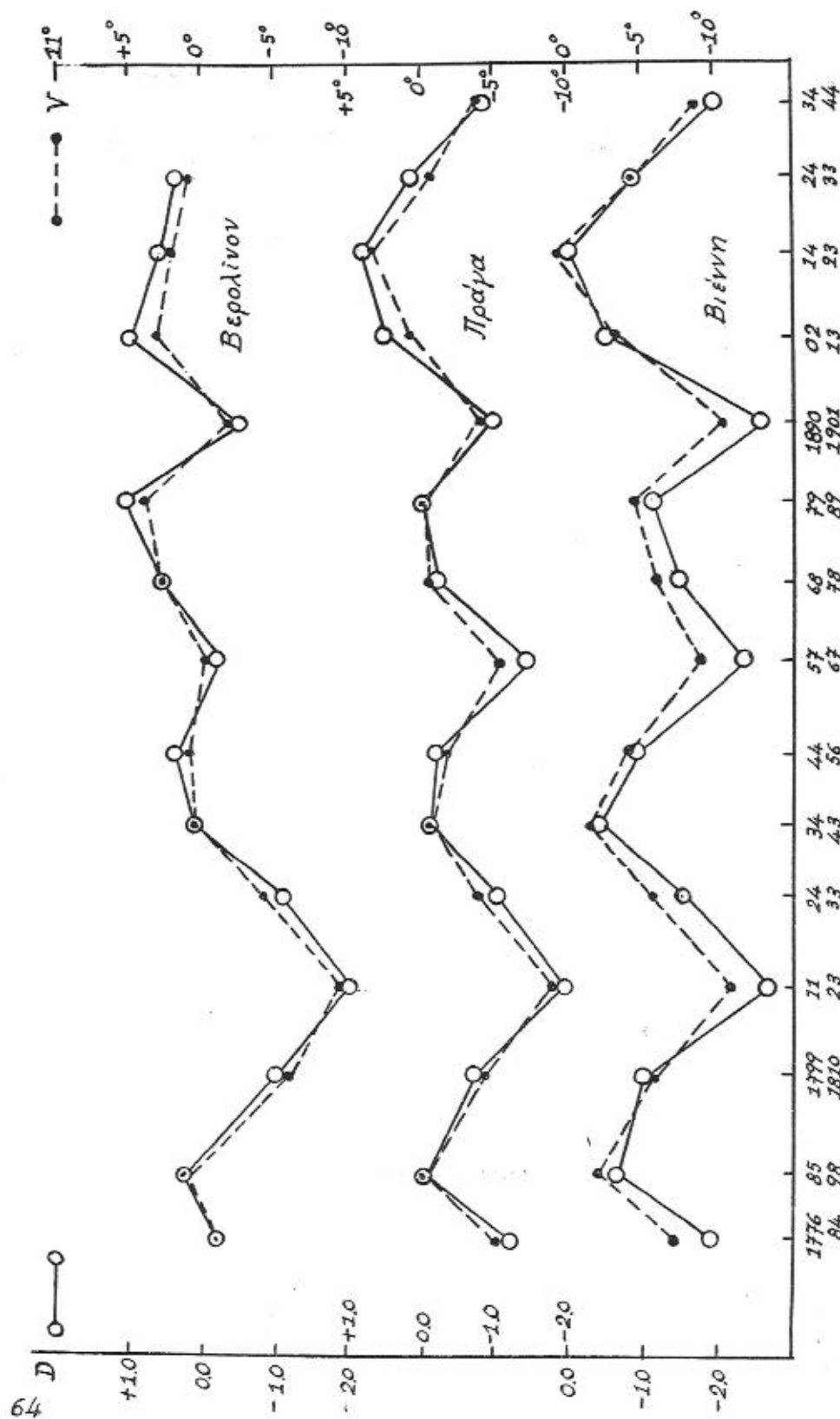
Σκ. 10. Τιμαί της διαφοράς $T_k - T_c$ και του έτησιον ύψους E .



Σχ.11. Τιμὰι τῆς διαφορᾶς $T'_{eq} = T_{eq}$.



Σχ. 12. Τιμαί του εύρους Re.



Σχ.13. Τιμαί των διαφορών $D=(T_s+T_w)-(T_{eq}+T'_{eq})$ και $V-\Pi'$

νον μίαν σημαντικήν μείωσιν τῆς διαφορᾶς $T_2 - T_1$, τοῦ ἐλαχίστου παραμένοντος εἰς τὸν Ἰανουάριον.

Καθ' ὅλας τὰς ἄλλας περιόδους τὸ ἐλάχιστον σημειοῦται κατὰ τὸν Ἰανουάριον, τὸ δὲ μέγιστον κατὰ τὸν Ἰούλιον.

δ) Εἰς τὸ σχῆμα (10) παρέχεται ἡ γραφικὴ παράστασις τῶν τιμῶν τοῦ ἔτησίου εὗρους. Παρατηροῦμεν ὅτι καὶ διὰ τοῦς τρεῖς σταθμούς ἔχομεν μίαν γενικὴν τάσιν πτώσεως ἀπὸ τῶν ἀρχῶν τοῦ 19^{ου} αἰῶνος μέχρι τῆς περιόδου 1914-23 ἀπὸ τῆς ὁποίας ἀρκεταί τοῦτο καὶ πάλιν ἀξιοζήλον. Περὶ τὴν γενικὴν ὁμῶς ταύτην τάσιν ὑπάρχουν σημαντικαὶ διακυμάνσεις ὅπως λ.χ. τὸ βαρὺ μέγιστον τῆς περιόδου 1824-33.

Αἱ διακυμάνσεις αὗται καθίστανται μικρότεραι ὅταν θεωροῦμεν τὴν ὑπὸ τοῦ κ. Ξανθάκη μελετωμένην διαφορὰν $T_h - T_c$ τῆς ὁποίας αἰτίαι παρίστανται ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα (10). Ἡ ἀνιέρω ὁμῶς σημειωθείσα γενικὴ τάσις ἐξακολουθεῖ καὶ πάλιν ὑφίσταμένη, ὅπως ἄλλωστε ἀδείλαμεν νὰ ἀναμένωμεν λόγῳ τῆς σχέσεως (38). Ἀξιοσημεῖοι εἶναι αἱ χαμηλαὶ τιμαὶ τὸσον τοῦ ἔτησίου εὗρους ὅσον καὶ τῆς διαφορᾶς $T_h - T_c$ κατὰ τὰς δύο περιόδους 1902-13 καὶ 1914-23, αἵτινες μαθὼς φαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος (9) προκύπτουν λόγῳ τῆς κατὰ τὰς περιόδους ταύτας σημειωθείσης αὐξήσεως τῶν χειμερινῶν θερμοκρασιῶν καὶ τῆς εἰς μικροτέραν κλίμακα μειώσεως τῶν θερινῶν τοιούτων.

ε) Εἰς τὰ σχήματα (11) καὶ (12) παρέχονται αἱ γραφικαὶ παραστάσεις τῶν τιμῶν τῆς διαφορᾶς $T_{eq}' - T_{eq}$ καὶ τῶν εὗρους τῆς ὑπεροχῆς τῶν θερμοκρασιῶν R_c . Αἱ τιμαὶ τῶν μεγεθῶν αὐτῶν, ὅπως προκύπτει ἐκ τῶν σχέσεων (39) καὶ (41), ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς σταθερᾶς e καὶ συνεπῶς θὰ πρέπη νὰ παρουσιάζουν, ἀντιθέτως πρὸς τὴν διαφορὰν $T_h - T_c$, σημαντικὰς διακυμάνσεις. Τοῦτο διαπιστοῦται πράγματι καὶ ἐκ τῶν παρατιθεμένων διαγραμμάτων.

στ) Τέλος ἡ διαφορὰ $D = (T_s + T_w) - (T_{eq} + T_{eq}')$ θὰ πρέπη

νά παρουσιάζη, καθὼς προκύπτει ἐκ τῆς σχέσεως (40), μεταβολὰς ἀναλόγους πρὸς τὰς τῆς διαφορᾶς $V-11^\circ$. Τοῦτο φαίνεται ἐυλόγως εἰς τὸ σχῆμα (13) ἐκ τοῦ ὁποίου διαπιστοῦται ὅτι ἡ διαφορὰ αὕτη παρουσιάζει πράγματι τρία ἐλάχιστα κατὰ τὰς περιόδους 1811-23, 1857-67 καὶ 1890-1901, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ εἰς τὸ αὐτὸ σχῆμα παρισταμένη διαφορὰ $V-11^\circ$.

§ 35. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων προκύπτει ὅτι ἀπὸ περιόδου εἰς περίοδον τῆς ἡλιαμῆς δράσεως ἔχομεν σημαντικὰς μεταβολὰς τῆς ἡμερήσιας πορείας τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος εἰς τοὺς τρεῖς θεωρηθέντας σταθμούς τῆς Κεντρικῆς Εὐρύλης. Ἐκ τοῦ γεγονότος μάλιστα ὅτι αὗται εἶναι, ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, κοιναὶ εἰς πάντας τοὺς σταθμούς τούτους, προκύπτει ὅτι δὲν δύναται νὰ εἶναι στενῶς τοπιὸν τὸ βαθύτερον αἷτιον τῶν μεταβολῶν αὐτῶν. Βεβαίως ἡ μελέτη τῶν μεταβολῶν αὐτῶν εὐρίσκειται εἰσέτι εἰς τὸ προκαταρκτικόν, τὸ περιγραφικόν στάδιον, τὸ ὁποῖον ὅμως εἶναι, ὡς μνυστόν, ἡ ἀπαραίτητος προϋπόθεσις διὰ μίαν βαθυτέραν μελέτην τῶν νόμων καὶ τῶν αἰτίων τῶν μεταβολῶν τούτων. Πρὸς τὴν κατεύθυνσιν ἄλλωστε αὐτὴν ἐγένετο ἤδη ἓν σημαντικὸν βῆμα, χάρις εἰς τὴν διὰ τῶν σχέσεων (38)-(41) τοῦ π. Ξανθάκη ἐπιτεκθεῖσαν ἀναγκυρὴν τῆς μελέτης τῶν μεταβολῶν τούτων τῆς ἡμερήσιας πορείας, εἰς τὴν μελέτην τῶν ἀντιστοιχούντων μεταβολῶν τῶν σταθερῶν τῆς ὑπ' αὐτοῦ δοθείσης μαθηματικῆς ἐκφράσεως τῆς ἡμερήσιας πορείας.

ΠΙΝΑΞΙ

Αί από τοῦ 1749 καί ἐντεῦθεν περίοδοι τῆς ἡλια-
κῆς δράσεως

α.α	Περίοδοι	N_1	N_2	N_3
1	1756-66	85.9	42.5	57.2
2	1767-75	106.1	59.4	
3	1776-84	154.4	68.6	
4	1785-98	132.0	60.0	
5	1799-1810	47.5	23.5	26.1
6	1811-23	45.8	18.2	
7	1824-33	71.0	39.5	
8	1834-43	138.3	65.4	
9	1844-56	124.3	53.2	55.8
10	1857-67	95.7	49.9	
11	1868-78	139.1	56.2	
12	1879-89	63.7	34.8	
13	1890-1901	84.9	38.5	34.8
14	1902-13	63.5	31.0	
15	1914-23	103.9	44.6	
16	1924-33	77.8	41.0	
17	1934-44	114.4	55.4	47.3
18	1945-	152.0		

Γενικός μέσος ἐτήσιος ἀριθμός (1756-1944) = 45,3

ΠΙΝΑΞΙΙ

Τίματ τῶν σταθερῶν τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως.

Περίοδοι	ΒΙΕΝΝΗ							ΚΟΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥΠΟΛΙΣ						
	T_m	R_1	R_2	R_3	q_1	q_2	q_3	T_m	R_1	R_2	R_3	q_1	q_2	q_3
1776-84	283.24	11.45	0.55	0.46	270.4	315.5	208.1							
1785-98	283.44	11.12	0.39	0.41	270.2	5.7	78.5							
1799-1810	283.26	11.49	0.26	0.66	267.5	294.2	143.8	280.61	9.78	0.28	0.50	256.9	82.5	123.2
1811-23	283.33	11.06	0.77	0.12	271.4	297.1	310.0	280.76	9.03	0.32	0.22	259.7	71.2	3.2
1824-33	282.82	11.16	0.50	0.68	270.1	266.2	198.4	280.91	9.56	0.59	0.22	261.3	145.0	92.6
1834-43	282.60	11.15	0.23	0.35	268.0	2.0	122.8	279.97	9.18	0.60	0.41	261.2	91.1	120.0
1844-56	282.24	10.91	0.25	0.39	269.1	309.1	29.6	280.12	9.38	0.57	0.32	259.4	114.4	95.9
1857-67	282.25	10.90	0.81	0.34	269.0	331.4	69.6	280.46	8.98	0.64	0.48	259.8	88.8	60.9
1868-78	282.32	10.72	0.59	0.13	269.2	344.6	190.4	280.52	8.95	0.90	0.16	262.8	76.5	82.7
1879-89	281.93	10.67	0.34	0.11	269.1	318.5	147.2	280.34	9.09	0.81	0.43	262.1	108.5	80.9
1890-1901	282.14	10.53	0.75	0.22	268.8	312.6	248.4	280.82	9.12	0.60	0.11	262.0	122.3	182.5
1902-13	282.20	9.65	0.31	0.16	269.9	2.4	257.5	280.86	8.45	0.75	0.24	262.8	109.4	31.8
1914-23	282.36	9.46	0.33	0.66	270.8	29.9	143.4	280.84	8.48	0.78	0.40	264.6	98.1	109.0
1924-33	282.28	10.37	0.27	0.08	266.8	288.0	164.6	281.16	8.59	0.74	0.26	259.3	108.0	136.7
1934-44	282.34	10.34	0.57	0.36	267.9	305.1	242.2	281.38	9.20	0.61	0.22	259.7	104.8	199.3

ΠΙΝΑΞ II (Συνέχεια)

Τιμαίτων σταθερών της αθροιστικής δαπάνης.

Περίοδοι	ΠΑΡΑΓΑ						ΒΕΡΟΝΙΟΝ						ΙΙΜΑΙ ΤΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ.		
	T _m	R ₁	R ₂	R ₃	q ₁	q ₂	q ₃	T _m	R ₁	R ₂	R ₃	q ₁	q ₂	q ₃	
1776-84	282.41	10.81	0.43	0.40	268.9	338.7	220.1	282.23	10.85	0.27	0.35	268.8	18.0	232.2	
1785-98	283.17	10.58	0.24	0.44	269.0	30.2	68.0	282.15	10.44	0.46	0.56	269.1	37.2	73.3	
1799-1810	282.81	11.17	0.21	0.69	266.1	305.1	131.6	281.23	10.71	0.32	0.71	265.4	329.9	142.7	
1811-23	282.81	10.56	0.55	0.10	270.1	295.5	25.1	281.52	10.26	0.58	0.11	269.5	301.1	334.6	
1824-33	282.76	10.98	0.50	0.64	267.7	245.2	194.3	281.88	10.41	0.57	0.32	268.7	243.0	195.7	
1834-43	282.19	10.84	0.04	0.37	266.3	355.1	125.0	281.84	10.07	0.15	0.25	266.7	40.3	108.4	
1844-56	281.75	10.53	0.07	0.34	267.7	310.7	41.6	281.57	10.12	0.13	0.29	266.8	108.7	39.7	
1857-67	282.18	10.58	0.57	0.31	268.2	345.2	96.2	282.18	9.91	0.45	0.40	267.0	26.1	62.2	
1868-78	282.33	10.74	0.60	0.17	268.6	25.3	135.7	282.52	9.73	0.63	0.09	267.5	44.9	129.6	
1879-89	281.99	10.42	0.12	0.23	268.4	33.3	87.6	281.92	9.85	0.32	0.32	266.8	102.6	92.2	
1890-1901	282.09	10.43	0.32	0.14	268.0	329.8	211.0	282.22	9.94	0.27	0.07	268.1	359.4	212.3	
1902-13	282.31	9.69	0.37	0.12	270.5	54.0	341.1	282.42	9.21	0.37	0.28	269.6	78.6	28.9	
1914-23	282.42	9.64	0.39	0.72	270.5	63.3	129.0	282.39	9.21	0.44	0.62	270.8	53.8	119.4	
1924-33	282.37	10.30	0.05	0.18	266.6	171.1	112.0	282.27	9.67	0.15	0.20	266.1	77.6	130.3	
1934-44	282.60	10.50	0.34	0.20	267.3	341.5	247.6								

ΤΙΝΑΞΙΙΙ
Τίμαι του μήνου Λ' του ἡλίου ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τὰ μέγιστα τετραγώνια τῶν ἀπὸ τοῦ
1776 καὶ ἐντεῦθεν περιόδων τῆς ἡλιακῆς δρασεως.

Περίοδοι	Μηνὸν τετραγώνια	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆	L ₇	L ₈	L ₉	L ₁₀	L ₁₁	L ₁₂
1776-84	1777-80	296° 25'	326° 28'	356° 7'	26° 9'	55° 42'	84° 55'	114° 0'	143° 44'	173° 15'	203° 18'	233° 52'	264° 50'
1785-98	1789-92	296° 31'	326° 33'	356° 13'	26° 15'	55° 48'	85° 1'	114° 6'	143° 47'	173° 21'	203° 24'	233° 58'	264° 55'
1799-1810	1805-08	295° 37'	325° 40'	355° 21'	25° 23'	54° 58'	84° 11'	113° 16'	142° 57'	172° 30'	202° 32'	233° 9'	264° 1'
1811-23	1817-20	295° 41'	325° 45'	355° 26'	25° 29'	55° 3'	84° 16'	113° 22'	143° 2'	172° 35'	202° 37'	233° 4'	264° 1'
1824-33	1829-32	295° 47'	325° 50'	355° 31'	25° 35'	55° 9'	84° 22'	113° 28'	143° 8'	172° 41'	202° 43'	233° 15'	264° 11'
1834-43	1837-40	295° 50'	325° 53'	355° 35'	25° 39'	55° 13'	84° 26'	113° 31'	143° 12'	172° 45'	202° 47'	233° 20'	264° 16'
1844-56	1849-52	295° 57'	326° 0'	355° 42'	25° 46'	55° 20'	84° 34'	113° 39'	143° 20'	172° 52'	202° 54'	233° 27'	264° 23'
1857-67	1861-64	296° 3'	326° 6'	355° 48'	25° 52'	55° 27'	84° 40'	113° 45'	143° 26'	172° 58'	203° 0'	233° 33'	264° 29'
1868-78	1873-76	296° 8'	326° 11'	355° 53'	25° 57'	55° 32'	84° 45'	113° 50'	143° 31'	173° 4'	203° 5'	233° 38'	264° 34'
1879-89	1881-84	296° 12'	326° 15'	355° 56'	26° 1'	55° 36'	84° 49'	113° 54'	143° 35'	173° 7'	203° 9'	233° 41'	264° 37'
1890-1901	1893-96	296° 17'	326° 20'	356° 2'	26° 6'	55° 41'	84° 55'	114° 0'	143° 40'	173° 13'	203° 14'	233° 46'	264° 41'
1902-13	1905-08	295° 21'	325° 25'	355° 8'	25° 13'	54° 49'	84° 3'	113° 8'	142° 48'	172° 20'	202° 20'	232° 51'	263° 46'
1914-23	1917-20	295° 27'	325° 31'	355° 13'	25° 19'	54° 55'	84° 9'	113° 14'	142° 54'	172° 26'	202° 26'	232° 57'	263° 51'
1924-33	1929-32	295° 32'	325° 36'	355° 19'	25° 25'	55° 1'	84° 15'	113° 20'	143° 0'	172° 31'	202° 32'	233° 2'	263° 57'
1934-44	1937-40	295° 36'	325° 40'	355° 23'	25° 29'	55° 5'	84° 19'	113° 24'	143° 4'	172° 35'	202° 35'	233° 6'	264° 0'
Αἰώνες	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1809		0°	30° 3'	59° 42'	89° 44'	119° 17'	148° 30'	177° 35'	207° 16'	236° 50'	266° 53'	297° 27'	328° 24'
1909		0°	30° 3'	59° 44'	89° 48'	119° 23'	148° 36'	177° 42'	207° 22'	236° 55'	266° 56'	297° 29'	328° 25'
2009		0°	30° 4'	59° 47'	89° 53'	119° 29'	148° 43'	177° 48'	207° 28'	236° 59'	266° 59'	297° 30'	328° 24'

ΠΙΝΑΞ IV
Τιμῶν σταθρῶν τοῦ κ. Ξανθάκη.

περίοδος

ΒΙΕΝΝΗ						ΚΟΠΕΓΚΑΛΗ						
A	C	V	P	e	W	A	C	V	P	e	W	
1776-84	282.34	11.20	3.9	1.00518	0.01353	7.8	280.96	8.68	13.8	0.99904	0.03351	11.1
1785-98	283.16	10.81	8.8	0.99753	2291	16.0	281.08	8.21	13.8	0.99787	2974	11.5
1799-1810	282.75	11.02	6.2	1.00177	2182	10.1	281.86	8.92	19.9	0.99986	2730	4.2
1811-23	282.06	10.96	0.1	1.00065	1735	7.8	280.84	8.54	19.5	0.99908	2726	11.0
1824-33	282.24	10.86	5.7	1.00955	863	-11.3	281.07	8.62	20.4	0.99699	3226	10.6
1834-43	282.46	10.70	9.4	0.99915	2379	11.7	281.37	8.28	20.4	0.99477	3344	12.3
1844-56	281.82	10.56	7.2	0.99627	2562	10.9	281.61	8.49	22.2	0.99621	2879	19.4
1857-67	281.25	10.63	2.4	0.99611	2588	15.7	281.62	8.65	24.0	0.99670	2907	11.4
1868-78	281.70	10.39	5.5	1.00071	1965	18.1	281.78	8.57	20.9	1.00044	2446	8.9
1879-89	281.45	10.32	6.8	1.00160	1849	12.2	282.06	8.07	23.4	0.99790	2516	10.7
1890-1901	280.99	10.30	1.0	1.00264	1723	12.5	282.00	8.18	22.9	0.99951	2151	15.8
1902-13	281.98	9.35	8.0	1.00243	1455	11.2	282.27	7.96	22.7	0.99937	2706	15.1
1914-23	282.48	9.21	11.3	1.00122	1487	12.6	282.28	8.47	19.8	1.00220	2484	10.2
1924-33	281.84	9.90	6.3	0.99860	2450	12.6						
1934-44	281.47	10.00	2.6	1.00356	1682	6.9						

ΠΙΝΑΞ ΙΧ (Συνέχεια)
Τίμαι των σταθμών του Η. Έαυδαίου

Περίοδος	ΗΠΑΙΤΑ						ΒΕΡΟΛΙΝΟΝ					
	A	C	V	P	e	w	A	C	V	P	e	w
1776-84	281.81	10.47	6.0	1.00362	0.01380	11.3	282.08	10.47	9.8	1.00457	0.01542	9.1
1785-98	283.14	10.22	10.9	0.99735	2367	13.3	282.24	10.08	12.0	0.99520	2617	17.7
1799-1810	282.40	10.62	6.9	1.00193	2283	9.4	280.68	10.17	5.5	1.00340	2085	12.0
1811-23	281.89	10.34	2.5	1.00015	1873	7.0	280.53	10.03	1.6	1.00006	1913	7.6
1824-33	282.41	10.54	7.5	1.00906	1232	-10.9	281.46	10.05	6.8	1.00645	1333	-11.2
1834-43	282.19	10.31	10.5	0.99946	2499	8.4	281.93	9.59	11.4	1.00021	2185	9.2
1844-56	281.63	10.10	9.6	0.99635	2649	10.5	281.77	9.65	12.4	0.99676	2630	10.8
1857-67	281.62	10.20	5.9	0.99797	2391	15.2	282.19	9.46	10.8	0.99573	2680	13.8
1868-78	282.30	10.35	10.6	0.99942	2226	20.8	282.84	9.33	13.8	0.99828	2298	21.3
1879-89	282.00	10.03	10.9	0.99982	2110	11.4	282.41	9.43	15.5	0.99934	2243	9.9
1890-1901	281.65	10.03	7.1	1.00124	1772	11.1	281.99	9.55	8.8	1.00080	1924	13.0
1902-13	282.53	9.42	12.2	1.00007	1688	13.6	282.87	8.94	14.6	0.99770	2000	12.6
1914-23	282.88	9.40	14.4	1.00022	1674	17.9	282.73	8.98	13.5	1.00033	1558	20.5
1924-33	282.41	9.81	10.6	0.99824	2501	73.1	282.46	9.18	12.0	0.99950	2271	15.7
1934-44	282.19	10.06	6.8	1.00089	2113	71.0						

ΠΙΝΑΞ V

Παρατηρηθείσαι και υπολογισθείσαι τιμαί των μέσων μηνιαίων θερμοκρασιών.

Περίοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Μέσων εσάμηνια
ΒΙΕΝΝΗ													
1776-84	T _{μεσ} 270.57 - 1.22 - 0.83 - 0.61 - 0.13	273.48 + 0.11 - 0.04 + 0.37 + 0.07	278.62 + 1.03 + 0.50 + 0.28 + 0.40	283.41 + 0.09 - 0.30 - 0.71 - 0.58	289.23 + 0.20 + 0.35 + 0.57 + 0.17	292.26 - 0.93 - 0.40 + 0.01 + 0.06	294.07 - 0.62 - 0.23 - 0.45 - 0.53	294.03 + 0.92 + 0.77 + 0.36 + 0.81	289.31 + 0.42 - 0.11 + 0.11 + 0.14	282.73 - 0.43 - 0.82 - 0.41 - 0.69	277.73 + 0.28 + 0.43 + 0.21 + 0.08	273.48 + 0.19 + 0.72 + 0.31 + 0.20	± 0.45 ± 0.36 ± 0.28 ± 0.28
1785-98	T _{μεσ} 272.41 + 0.09 + 0.05 - 0.35 - 0.22	274.96 + 1.13 + 0.78 + 0.70 + 0.80	277.14 - 0.77 - 1.08 - 0.68 - 0.94	283.66 + 0.18 + 0.22 + 0.30 + 0.18	289.23 + 0.20 + 0.55 + 0.15 + 0.40	292.58 - 0.51 - 0.20 - 0.28 - 0.22	294.27 - 0.29 - 0.33 + 0.07 - 0.23	293.53 + 0.48 + 0.13 + 0.21 + 0.24	289.42 + 0.45 + 0.14 - 0.26 + 0.11	283.49 + 0.09 + 0.13 + 0.05 - 0.01	277.24 - 0.61 - 0.26 + 0.14 - 0.38	273.35 - 0.44 - 0.13 - 0.05 + 0.26	± 0.35 ± 0.30 ± 0.23 ± 0.28
1799-1810	T _{μεσ} 271.72 - 0.06 + 0.18 - 0.21 + 0.41	273.10 + 0.03 + 0.06 + 0.59 - 0.07	276.47 - 0.62 - 0.83 - 0.44 - 0.96	283.39 + 0.63 + 0.39 - 0.14 + 0.32	289.60 + 1.03 + 1.00 + 0.61 + 1.08	291.61 - 1.34 - 1.13 - 0.60 - 0.78	294.21 - 0.53 - 0.29 + 0.10 - 0.46	294.30 + 0.85 + 0.88 + 0.35 + 0.73	289.68 + 0.25 + 0.04 - 0.35 + 0.02	283.40 - 0.36 - 0.60 - 0.07 - 0.51	278.00 + 0.05 + 0.02 + 0.41 + 0.02	273.59 + 0.02 + 0.23 - 0.30 + 0.20	± 0.43 ± 0.41 ± 0.26 ± 0.39

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T												Παραρτη ση
	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	
1811 - 23	T _{ναρ}	271.17	274.35	278.61	283.92	289.54	292.20	293.59	293.18	288.75	283.92	277.82	272.90
	v ₁	- 1.10	+ 0.47	+ 0.58	+ 0.32	+ 0.45	- 0.84	- 0.80	+ 0.40	+ 0.12	+ 0.86	+ 0.25	- 0.72 ± 0.43
	v ₂	- 0.41	+ 0.51	- 0.06	- 0.37	+ 0.41	- 0.20	- 0.11	+ 0.44	- 0.52	+ 0.17	+ 0.21	- 0.08 ± 0.22
	v ₃	- 0.32	+ 0.43	- 0.15	- 0.29	+ 0.50	- 0.28	- 0.20	+ 0.52	- 0.43	+ 0.09	+ 0.12	0.00 ± 0.22
	v	- 0.19	+ 0.36	- 0.06	- 0.36	+ 0.31	- 0.08	- 0.08	+ 0.32	- 0.50	+ 0.26	+ 0.07	- 0.09 ± 0.18
1824 - 33	T _{ναρ}	270.22	272.62	277.60	283.97	288.51	291.56	293.89	292.61	288.43	283.02	276.95	274.47
	v ₁	- 1.44	- 0.54	+ 0.34	+ 1.13	+ 0.09	- 0.94	- 0.09	+ 0.13	+ 0.05	+ 0.22	- 0.27	+ 1.33 ± 0.50
	v ₂	- 0.94	- 0.26	+ 0.12	+ 0.63	- 0.19	- 0.72	+ 0.41	+ 0.41	- 0.17	- 0.28	- 0.55	+ 1.55 ± 0.44
	v ₃	- 0.73	+ 0.38	- 0.09	- 0.01	+ 0.02	- 0.08	+ 0.20	- 0.23	+ 0.04	+ 0.36	- 0.76	+ 0.91 ± 0.30
	v	+ 0.18	- 0.25	- 0.17	+ 0.40	- 0.10	- 0.06	- 0.26	+ 0.24	+ 0.16	+ 0.17	- 0.73	+ 0.43 ± 0.22
1834 - 43	T _{ναρ}	271.70	272.61	276.97	281.97	288.17	291.65	293.32	292.93	288.99	282.77	276.80	273.27
	v ₁	+ 0.24	- 0.14	+ 0.28	- 0.24	+ 0.34	- 0.40	- 0.42	+ 0.48	+ 0.48	- 0.22	- 0.57	+ 0.12 ± 0.24
	v ₂	+ 0.23	- 0.34	+ 0.08	- 0.23	+ 0.54	- 0.20	- 0.43	+ 0.28	+ 0.28	- 0.21	- 0.37	+ 0.32 ± 0.21
	v ₃	- 0.07	- 0.15	+ 0.38	- 0.42	+ 0.24	- 0.01	- 0.13	+ 0.09	- 0.02	- 0.02	- 0.07	+ 0.13 ± 0.13
	v	+ 0.18	- 0.30	+ 0.18	- 0.27	+ 0.43	- 0.24	- 0.40	+ 0.39	+ 0.33	- 0.26	- 0.48	+ 0.40 ± 0.23
1844 - 56	T _{ναρ}	271.16	273.67	275.87	282.49	287.58	291.58	292.68	292.00	287.51	283.52	276.54	272.24
	v ₁	- 0.17	+ 0.97	- 0.76	+ 0.42	+ 0.03	- 0.02	- 0.47	+ 0.22	- 0.34	+ 1.11	- 0.39	- 0.64 ± 0.38
	v ₂	+ 0.03	+ 0.93	- 1.00	+ 0.22	+ 0.07	+ 0.22	- 0.27	+ 0.18	- 0.58	+ 0.91	- 0.35	- 0.40 ± 0.36
	v ₃	- 0.16	+ 0.59	- 0.81	+ 0.56	- 0.12	- 0.12	- 0.08	+ 0.52	- 0.77	+ 0.57	- 0.16	- 0.06 ± 0.32
	v	- 0.27	+ 0.80	- 0.88	+ 0.34	+ 0.03	- 0.02	+ 0.05	+ 0.19	- 0.73	+ 0.82	- 0.34	+ 0.01 ± 0.34

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_n	T_{12}	Παράρτημα
1857-67	T_{nap}	271.50	272.85	277.22	282.57	287.07	291.11	292.49	291.95	288.94	283.21	272.05	
	v_1	+0.15	+0.23	+0.58	+0.50	-0.47	-0.49	-0.66	+0.17	+1.08	+0.78	-1.05	+0.85
	v_2	+0.54	-0.19	-0.22	+0.11	-0.05	+0.31	-0.27	-0.25	+0.28	+0.39	-0.63	+0.05
	v_3	+0.22	-0.37	+0.10	+0.23	-0.37	+0.19	+0.05	-0.13	-0.04	+0.27	-0.31	+0.07
	v	+0.08	-0.21	+0.11	+0.22	-0.32	+0.13	-0.08	-0.14	+0.34	+0.29	-0.82	+0.43
1868-78	T_{nap}	271.52	273.35	277.00	282.98	286.85	290.77	293.08	292.10	288.22	282.76	272.55	
	v_1	-0.08	+0.39	+0.17	+0.82	-0.70	-0.75	+0.04	+0.42	+0.41	+0.28	-0.44	+0.33
	v_2	+0.11	0.00	-0.40	+0.63	-0.31	-0.18	+0.23	+0.03	-0.16	+0.09	-0.05	+0.18
	v_3	+0.13	+0.13	-0.42	+0.50	-0.29	-0.05	+0.21	-0.10	-0.14	+0.22	-0.07	+0.16
	v	+0.02	+0.01	-0.29	+0.56	-0.43	+0.11	-0.07	+0.06	-0.01	+0.13	-0.24	+0.16
1879-89	T_{nap}	270.88	272.91	276.45	282.20	287.13	290.40	292.60	291.21	287.95	282.19	276.55	
	v_1	-0.38	+0.31	0.00	+0.45	+0.02	-0.68	0.00	-0.05	+0.54	+0.08	-0.20	+0.22
	v_2	-0.15	+0.20	-0.33	+0.22	+0.13	-0.35	+0.23	-0.16	+0.21	-0.15	-0.09	+0.14
	v_3	-0.21	+0.29	-0.27	+0.13	+0.07	-0.26	+0.29	-0.25	+0.35	-0.06	-0.03	+0.13
	v	-0.02	+0.16	-0.33	+0.16	+0.10	-0.10	+0.01	-0.20	+0.29	-0.04	-0.20	+0.11
1890-1901	T_{nap}	270.65	273.17	277.53	282.47	287.00	290.23	292.33	291.69	288.02	282.91	277.02	
	v_1	-0.96	+0.26	+0.85	+0.55	-0.22	-0.92	-0.34	+0.32	+0.42	+0.55	-0.04	+0.38
	v_2	-0.41	+0.10	+0.13	0.00	-0.06	-0.20	+0.21	+0.16	-0.30	0.00	+0.12	+0.13
	v_3	-0.21	+0.18	-0.07	-0.08	+0.14	-0.12	+0.01	+0.08	-0.10	+0.08	-0.08	+0.08
	v	-0.10	+0.07	+0.14	-0.11	-0.18	+0.14	-0.05	+0.09	-0.13	+0.12	-0.11	+0.07

$$\Pi(A) \equiv V(\Sigma_{inv}(A))$$

Περίοδοι		T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Μεταβολή
1902-13	$T_{\text{μεσ}}$	271.92	274.18	278.11	281.68	286.88	290.32	291.68	291.23	286.93	282.38	276.89	274.48
	v_1	- 0.63	+ 0.35	+ 0.76	- 0.49	- 0.13	- 0.23	- 0.17	+ 0.66	- 0.12	+ 0.15	- 0.50	+ 0.33
	v_2	- 0.64	+ 0.07	+ 0.50	- 0.48	+ 0.15	+ 0.03	- 0.18	+ 0.38	- 0.38	+ 0.16	- 0.22	+ 0.59
	v_3	- 0.48	+ 0.11	+ 0.34	- 0.52	+ 0.31	+ 0.07	- 0.34	+ 0.34	- 0.22	+ 0.20	- 0.38	+ 0.55
	v	- 0.31	+ 0.28	+ 0.51	- 0.71	- 0.04	+ 0.24	- 0.36	+ 0.55	- 0.20	+ 0.16	- 0.50	+ 0.31
1914-23	$T_{\text{μεσ}}$	273.87	273.18	278.39	282.27	287.58	289.69	291.80	291.10	287.48	281.96	276.29	274.63
	v_1	+ 0.97	- 1.05	+ 0.65	- 0.22	+ 0.38	- 0.92	+ 0.08	+ 0.51	+ 0.50	- 0.27	- 1.23	+ 0.52
	v_2	+ 0.81	- 1.37	+ 0.49	- 0.06	+ 0.70	- 0.76	- 0.08	+ 0.29	+ 0.34	- 0.11	- 0.91	+ 0.68
	v_3	+ 0.42	- 0.84	+ 0.88	- 0.59	+ 0.31	- 0.23	+ 0.31	- 0.24	- 0.05	+ 0.42	- 0.52	+ 0.15
	v	+ 0.73	- 1.30	+ 0.55	- 0.15	+ 0.65	- 0.52	- 0.46	+ 0.34	+ 0.48	- 0.06	- 1.00	+ 0.67
1924-33	$T_{\text{μεσ}}$	272.37	272.67	276.69	282.03	287.34	290.18	292.72	291.50	288.16	282.80	278.33	272.60
	v_1	+ 0.44	- 0.35	+ 0.10	+ 0.34	+ 0.39	- 0.78	+ 0.09	- 0.04	+ 0.19	- 0.07	+ 0.72	- 1.00
	v_2	+ 0.70	- 0.29	- 0.10	+ 0.08	+ 0.33	- 0.58	+ 0.35	+ 0.02	- 0.01	- 0.33	+ 0.66	- 0.80
	v_3	+ 0.68	- 0.21	- 0.08	0.00	+ 0.31	- 0.50	+ 0.37	- 0.06	- 0.03	- 0.25	+ 0.68	- 0.88
	v	+ 0.44	- 0.58	- 0.14	+ 0.20	+ 0.49	- 0.42	+ 0.27	- 0.22	- 0.17	- 0.26	+ 0.82	- 0.45
1934-44	$T_{\text{μεσ}}$	270.85	273.34	277.57	282.66	286.62	290.68	292.27	291.75	288.15	282.92	277.68	273.53
	v_1	- 1.16	+ 0.13	+ 0.73	+ 0.71	- 0.54	- 0.41	- 0.40	+ 0.28	+ 0.31	+ 0.19	+ 0.16	- 0.06
	v_2	- 0.69	+ 0.08	+ 0.20	+ 0.24	- 0.49	+ 0.12	+ 0.07	+ 0.23	- 0.22	- 0.28	+ 0.21	+ 0.47
	v_3	- 0.37	+ 0.25	- 0.12	+ 0.07	- 0.17	+ 0.29	- 0.25	+ 0.06	+ 0.10	- 0.11	- 0.11	+ 0.30
	v	- 0.19	+ 0.12	+ 0.18	+ 0.11	- 0.63	+ 0.36	- 0.16	+ 0.21	0.00	- 0.12	- 0.02	+ 0.05

$$\Pi_1 N A \equiv V (\Sigma v \dot{\epsilon} x \dot{\epsilon} i \alpha)$$

Περ/οδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Ποσών εργαζομένων
$III\,TA = V \text{ (Συνέχεια)}$													

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Παραρτη- ση
	ΚΟΠΕΙΛΑ/Η												
1799-1810	$T_{\text{πάρ}}$ 271.63	271.37	273.32	278.22	283.97	287.42	289.90	290.72	287.33	282.39	277.21	273.88	
	v_1 + 0.54	+ 0.12	- 0.60	- 0.16	+ 0.53	- 0.33	- 0.23	+ 0.75	+ 0.03	- 0.45	- 0.57	+ 0.41	± 0.30
	v_2 + 0.26	- 0.05	- 0.49	+ 0.12	+ 0.70	- 0.44	- 0.51	+ 0.58	+ 0.14	- 0.17	- 0.40	+ 0.30	± 0.27
	v_3 - 0.16	+ 0.22	- 0.07	- 0.15	+ 0.28	- 0.17	- 0.09	+ 0.31	- 0.28	+ 0.10	+ 0.02	+ 0.03	± 0.12
	v + 0.18	0.00	- 0.48	+ 0.04	+ 0.66	- 0.45	- 0.51	+ 0.68	+ 0.10	- 0.26	- 0.43	+ 0.39	± 0.28
1811-23	$T_{\text{πάρ}}$ 271.98	272.92	274.78	278.55	283.62	288.04	289.68	289.52	286.48	282.20	277.55	273.78	
	v_1 + 0.10	+ 0.66	- 0.74	- 0.59	- 0.18	+ 0.40	+ 0.04	+ 0.26	- 0.12	- 0.18	- 0.17	- 0.10	± 0.21
	v_2 - 0.20	+ 0.42	- 0.08	- 0.29	+ 0.06	+ 0.34	- 0.26	+ 0.02	- 0.06	+ 0.12	+ 0.07	- 0.16	± 0.14
	v_3 - 0.22	+ 0.20	- 0.07	- 0.07	+ 0.05	+ 0.12	- 0.25	+ 0.24	- 0.07	- 0.10	+ 0.08	+ 0.06	± 0.10
	v - 0.35	+ 0.55	+ 0.03	- 0.35	- 0.05	+ 0.19	- 0.11	+ 0.22	- 0.10	- 0.03	0.00	+ 0.03	± 0.16
1824-33	$T_{\text{πάρ}}$ 271.63	271.76	274.21	279.25	284.55	289.23	290.47	289.41	286.55	282.39	276.71	274.78	
	v_1 + 0.18	- 0.24	- 0.72	- 0.22	+ 0.16	+ 0.85	+ 0.10	- 0.41	- 0.34	+ 0.04	- 0.72	+ 1.34	± 0.39
	v_2 - 0.16	+ 0.01	- 0.13	+ 0.12	- 0.09	+ 0.26	- 0.24	- 0.16	+ 0.25	+ 0.38	- 0.97	+ 0.75	± 0.27
	v_3 - 0.38	+ 0.02	+ 0.09	+ 0.11	- 0.31	+ 0.27	- 0.02	- 0.17	+ 0.03	+ 0.39	- 0.75	+ 0.74	± 0.25
	v 0.00	+ 0.07	- 0.18	+ 0.13	+ 0.01	- 0.03	- 0.09	- 0.07	+ 0.19	+ 0.43	- 0.88	+ 0.43	± 0.22
1834-43	$T_{\text{πάρ}}$ 271.50	271.47	273.87	277.83	283.40	287.49	288.95	289.20	285.76	280.64	275.71	273.80	
	v_1 + 0.60	+ 0.07	- 0.34	- 0.73	+ 0.11	+ 0.37	- 0.09	+ 0.66	+ 0.03	- 0.74	- 0.94	+ 0.98	± 0.39
	v_2 0.00	- 0.22	- 0.03	- 0.13	+ 0.40	+ 0.06	- 0.69	+ 0.37	+ 0.34	- 0.14	- 0.65	+ 0.67	± 0.26
	v_3 - 0.36	- 0.01	+ 0.33	- 0.34	+ 0.04	+ 0.27	- 0.33	+ 0.16	- 0.02	+ 0.07	- 0.29	+ 0.46	± 0.18
	v - 0.02	+ 0.05	+ 0.07	- 0.28	+ 0.26	- 0.10	- 0.63	+ 0.68	+ 0.38	- 0.29	- 0.78	+ 0.63	± 0.29

Περίοδος	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Μέσος σφάλμα
1844-56	T _{μερ}	271.86	271.30	273.05	278.19	283.28	287.77	289.44	289.31	285.65	281.72	276.40	273.49
	v ₁	+0.96	+0.02	-0.97	-0.20	+0.04	+0.53	+0.10	+0.35	-0.57	-0.13	-0.60	+0.49
	v ₂	+0.44	-0.03	-0.50	+0.32	+0.09	+0.06	-0.42	+0.30	-0.10	+0.39	-0.55	+0.02
	v ₃	+0.12	0.00	-0.18	+0.29	-0.23	+0.09	-0.10	+0.27	-0.42	+0.42	-0.23	-0.01
	v	+0.13	+0.01	-0.44	+0.34	+0.15	-0.20	-0.24	+0.42	-0.27	+0.28	-0.43	+0.24
1857-67	T _{μερ}	272.49	272.69	273.76	278.32	283.14	288.26	289.26	289.11	286.30	281.82	276.41	273.95
	v ₁	+0.87	+0.68	-0.90	-0.54	-0.36	+0.95	-0.04	+0.20	+0.04	-0.24	-1.01	+0.34
	v ₂	+0.23	+0.35	-0.59	+0.10	-0.03	+0.64	-0.68	-0.13	+0.35	+0.40	-0.68	+0.03
	v ₃	-0.19	+0.12	-0.17	+0.33	-0.45	+0.41	-0.26	+0.10	-0.07	+0.17	-0.26	+0.26
	v	-0.26	+0.54	-0.36	+0.09	-0.20	+0.16	-0.27	+0.21	+0.23	+0.10	-0.74	+0.45
1868-78	T _{μερ}	273.25	272.60	274.55	278.93	283.17	288.03	290.15	289.46	285.53	281.06	276.32	273.18
	v ₁	+1.61	+0.33	-0.56	-0.47	-0.82	+0.38	+0.75	+0.69	-0.40	-0.58	-0.73	-0.21
	v ₂	+0.73	-0.29	-0.30	+0.41	-0.20	+0.12	-0.13	+0.07	-0.14	+0.30	-0.11	-0.47
	v ₃	+0.57	-0.31	-0.14	+0.43	-0.36	+0.10	+0.03	+0.09	-0.30	+0.28	+0.05	-0.45
	v	+0.06	-0.10	-0.10	+0.33	-0.29	+0.09	-0.18	+0.35	-0.18	+0.03	-0.12	+0.09
1879-89	T _{μερ}	272.25	272.48	273.49	278.35	283.98	288.25	289.68	288.75	286.04	280.53	276.57	273.75
	v ₁	+0.92	+0.57	-1.26	-0.74	+0.23	+0.74	+0.33	-0.02	+0.11	-1.06	-0.36	+0.58
	v ₂	+0.15	+0.40	-0.65	+0.03	+0.40	+0.13	-0.44	-0.19	+0.72	-0.29	-0.19	-0.03
	v ₃	-0.27	+0.33	-0.23	+0.10	-0.02	+0.06	-0.02	-0.12	+0.30	-0.36	+0.23	+0.04
	v	-0.17	+0.56	-0.57	-0.01	+0.37	-0.19	-0.22	+0.05	+0.57	-0.49	-0.12	+0.20

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Π.συνολ. εφαρμογ.
1890-1901	T _{πap}	272.17	272.30	274.71	279.08	284.29	288.50	290.22	289.45	285.90	281.38	277.46	274.33
	v ₁	+0.38	-0.07	-0.50	-0.48	+0.04	+0.49	+0.37	+0.18	-0.53	-0.70	+0.07	+0.70
	v ₂	-0.13	-0.04	+0.03	+0.03	+0.01	-0.04	-0.14	+0.21	0.00	-0.19	+0.04	+0.17
	v ₃	-0.12	+0.07	+0.02	-0.08	+0.02	+0.07	-0.15	+0.10	+0.01	-0.08	+0.03	+0.06
	v	-0.02	+0.06	-0.04	-0.07	+0.12	-0.05	-0.18	+0.31	-0.05	-0.21	+0.10	+0.02
1902-13	T _{πap}	273.28	273.18	275.38	278.63	284.20	288.37	289.81	288.38	285.48	281.62	277.02	274.75
	v ₁	+0.81	+0.11	-0.37	-1.16	+0.07	+0.78	+0.56	-0.07	-0.49	-0.31	-0.57	+0.62
	v ₂	+0.10	-0.02	+0.20	-0.45	+0.20	+0.21	-0.15	-0.20	+0.08	+0.40	-0.44	+0.05
	v ₃	-0.03	-0.22	+0.33	-0.25	+0.07	+0.01	-0.02	0.00	-0.05	+0.20	-0.31	+0.25
	v	-0.12	+0.13	+0.26	-0.50	+0.24	+0.02	-0.02	0.00	-0.02	+0.26	-0.37	+0.17
1914-23	T _{πap}	273.54	273.39	274.91	279.44	284.67	287.67	290.09	288.77	285.58	280.91	276.53	274.54
	v ₁	+1.14	+0.26	-1.02	-0.60	+0.30	-0.08	+0.81	+0.22	-0.17	-0.73	-0.78	+0.61
	v ₂	+0.37	-0.03	-0.53	+0.17	+0.59	-0.57	+0.04	-0.07	+0.32	+0.04	-0.49	+0.12
	v ₃	-0.01	+0.10	-0.15	+0.04	+0.21	-0.44	+0.42	-0.20	-0.06	+0.17	-0.11	-0.01
	v	+0.15	+0.12	-0.54	+0.05	+0.67	-0.43	-0.17	+0.09	+0.27	-0.06	-0.41	+0.30
1924-33	T _{πap}	274.05	272.90	274.98	278.77	284.42	287.44	290.44	289.74	286.94	281.87	278.23	274.83
	v ₁	+1.33	-0.16	-0.57	-0.79	+0.43	-0.22	+0.84	+0.48	-0.53	-0.89	-0.10	+0.17
	v ₂	+0.60	-0.39	-0.08	-0.06	+0.66	-0.71	+0.11	+0.25	-0.04	-0.16	+0.13	-0.32
	v ₃	+0.42	-0.20	+0.10	-0.25	+0.48	-0.52	+0.29	+0.06	-0.22	+0.03	+0.31	-0.51
	v	+0.32	-0.33	-0.12	-0.15	+0.81	-0.51	-0.13	+0.31	-0.12	-0.24	+0.29	-0.07

Περíοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Μεταβολή εφαλµα
1934-44	T _{ηρό}	272.51 + 0.18	272.95 + 0.24	274.95 - 0.47	279.32 - 0.41	284.27 + 0.21	288.69 + 0.30	290.92 + 0.49	290.53 + 0.48	286.85 - 0.49	282.15 - 0.88	278.20 + 0.82	275.19 ± 0.32
	v ₁	- 0.41	+ 0.08	- 0.05	+ 0.18	- 0.05	- 0.12	- 0.10	+ 0.32	- 0.07	- 0.29	+ 0.08	+ 0.15
	v ₂	- 0.34	+ 0.29	- 0.12	- 0.03	+ 0.02	+ 0.09	- 0.17	+ 0.11	0.00	- 0.08	+ 0.01	± 0.11
	v	- 0.14	+ 0.29	- 0.14	- 0.06	- 0.05	+ 0.07	- 0.31	+ 0.48	- 0.01	- 0.33	+ 0.02	± 0.15

ΠΡΑΓΑ

1776-84	T _{ηρό}	270.40 - 1.20	273.51 + 0.56	277.61 + 0.78	282.01 - 0.19	287.74 + 0.11	290.81 - 0.86	293.02 - 0.20	292.66 + 0.79	288.43 + 0.44	281.90 - 0.72	277.48 + 0.29	273.38 ± 0.42
	v ₁	- 1.04	+ 0.29	+ 0.35	- 0.35	+ 0.38	- 0.43	- 0.04	+ 0.52	+ 0.01	- 0.88	+ 0.56	± 0.36
	v ₂	- 0.78	+ 0.60	+ 0.09	- 0.66	+ 0.64	- 0.12	- 0.30	+ 0.21	+ 0.27	- 0.57	+ 0.30	± 0.31
	v	- 0.35	+ 0.49	+ 0.25	- 0.69	+ 0.19	+ 0.12	- 0.45	+ 0.61	+ 0.29	- 0.79	+ 0.21	± 0.30
1785-98	T _{ηρό}	272.55 - 0.04	275.23 + 1.31	276.59 - 1.13	283.10 + 0.12	288.53 + 0.23	292.10 - 0.14	293.47 - 0.28	292.72 + 0.30	288.94 + 0.32	283.41 + 0.03	277.51 - 0.53	273.93 ± 0.37
	v ₁	- 0.16	+ 1.07	- 1.25	+ 0.24	+ 0.47	- 0.02	- 0.40	+ 0.06	+ 0.20	+ 0.17	- 0.29	± 0.36
	v ₂	- 0.57	+ 0.90	- 0.84	+ 0.41	+ 0.06	- 0.19	+ 0.01	+ 0.23	- 0.21	0.00	+ 0.12	± 0.29
	v	- 0.37	+ 1.12	- 1.13	+ 0.21	+ 0.34	- 0.16	- 0.20	+ 0.18	+ 0.14	+ 0.01	- 0.38	± 0.34
1799-1810	T _{ηρό}	271.42 - 0.25	273.12 + 0.34	275.90 - 0.68	282.29 + 0.25	289.03 + 1.31	290.79 - 1.29	293.37 - 0.58	293.60 + 0.76	289.55 + 0.51	283.13 - 0.45	277.66 - 0.24	273.88 ± 0.47
	v ₁	- 0.08	+ 0.32	- 0.86	+ 0.08	+ 1.33	- 1.11	- 0.41	+ 0.74	+ 0.33	- 0.52	- 0.22	± 0.45
	v ₂	- 0.59	+ 0.78	- 0.35	- 0.38	+ 0.82	- 0.65	+ 0.10	+ 0.28	- 0.18	- 0.16	+ 0.29	± 0.31
	v	+ 0.22	+ 0.26	- 0.97	- 0.04	+ 1.35	- 0.81	- 0.55	+ 0.68	+ 0.33	- 0.56	- 0.31	± 0.43

Περίοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Μεταβολή
1811-23	T _{ημέρ}	271.32	274.22	277.82	282.85	288.64	291.45	292.65	292.15	288.37	283.36	277.60	273.28
	v ₁	-0.93	+0.55	+0.27	+0.11	+0.53	-0.56	-0.72	+0.20	+0.30	+0.52	+0.09	-0.37
	v ₂	-0.44	+0.60	-0.12	-0.38	+0.43	-0.11	-0.23	+0.25	-0.15	+0.03	+0.04	+0.08
	v ₃	-0.48	+0.51	-0.14	-0.29	+0.44	-0.20	-0.19	+0.34	-0.19	-0.06	+0.08	+0.17
	v	-0.23	+0.50	-0.18	-0.40	+0.39	-0.08	-0.09	+0.20	-0.15	+0.06	-0.08	+0.03
1824-33	T _{ημέρ}	270.38	272.25	277.24	283.23	288.09	291.46	293.58	292.32	288.81	283.27	277.40	275.14
	v ₁	-1.40	-0.79	+0.36	+0.92	+0.23	-0.58	-0.16	-0.16	+0.17	+0.06	-0.26	+1.66
	v ₂	-0.94	-0.38	+0.31	+0.46	-0.18	-0.53	+0.30	+0.25	+0.12	-0.40	-0.67	+1.71
	v ₃	-0.78	+0.24	+0.15	-0.16	-0.02	+0.09	+0.14	-0.37	+0.28	+0.22	-0.83	+1.09
	v	+0.21	-0.35	0.00	+0.25	-0.07	-0.06	-0.24	+0.08	+0.41	+0.05	-0.82	+0.50
1834-43	T _{ημέρ}	271.51	272.16	276.34	281.20	287.55	291.00	292.48	292.34	288.47	282.74	276.89	273.63
	v ₁	+0.14	-0.31	+0.17	-0.29	+0.56	-0.21	-0.53	+0.43	+0.26	-0.15	-0.50	+0.46
	v ₂	+0.14	-0.34	+0.14	-0.29	+0.59	-0.18	-0.53	+0.40	+0.23	-0.15	-0.47	+0.49
	v ₃	-0.16	-0.13	+0.44	-0.50	+0.29	+0.03	-0.23	+0.19	-0.07	+0.06	-0.17	+0.28
	v	+0.21	-0.32	+0.17	-0.32	+0.52	-0.28	-0.42	+0.47	+0.22	-0.18	-0.55	+0.43
1844-56	T _{ημέρ}	271.29	273.22	275.22	281.65	286.75	290.74	291.90	291.32	286.95	282.98	276.50	272.43
	v ₁	+0.06	+0.79	-0.91	+0.32	+0.10	+0.09	-0.37	+0.25	-0.42	+0.81	-0.35	-0.42
	v ₂	+0.11	+0.78	-0.98	+0.27	+0.11	+0.16	-0.32	+0.24	-0.49	+0.76	-0.34	-0.35
	v ₃	-0.12	+0.52	-0.75	+0.53	-0.12	-0.10	-0.09	+0.50	-0.72	+0.50	-0.11	-0.09
	v	-0.18	+0.66	-0.88	+0.37	+0.10	-0.11	-0.02	+0.25	-0.65	+0.66	-0.29	+0.03

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Μέσος αριθμός
1857-67	$T_{\text{μεσ}}$	271.78	273.05	277.00	282.06	286.95	290.72	292.28	291.95	288.46	282.95	276.08	272.91
	v_1	+ 0.18	+ 0.19	+ 0.39	+ 0.21	- 0.24	- 0.46	- 0.48	+ 0.45	+ 0.71	+ 0.44	- 1.09	- 0.27 ± 0.33
	v_2	+ 0.33	- 0.22	- 0.16	+ 0.06	+ 0.17	+ 0.09	- 0.33	+ 0.04	+ 0.16	+ 0.29	- 0.68	+ 0.28 ± 0.20
	v_3	+ 0.02	- 0.19	+ 0.15	+ 0.03	- 0.14	+ 0.12	- 0.02	+ 0.01	- 0.15	+ 0.32	- 0.37	+ 0.25 ± 0.13
	v	+ 0.07	- 0.15	+ 0.07	+ 0.05	- 0.08	+ 0.03	- 0.27	+ 0.19	+ 0.25	+ 0.21	- 0.90	+ 0.52 ± 0.22
1868-78	$T_{\text{μεσ}}$	272.15	273.41	276.61	282.35	286.73	290.97	293.42	292.34	288.35	282.33	276.48	272.76
	v_1	+ 0.56	+ 0.52	- 0.12	+ 0.29	- 0.74	- 0.52	+ 0.35	+ 0.57	+ 0.42	- 0.27	- 0.71	- 0.41 ± 0.33
	v_2	+ 0.30	- 0.08	- 0.46	+ 0.55	- 0.14	- 0.18	+ 0.09	- 0.03	+ 0.08	- 0.01	- 0.11	- 0.07 ± 0.16
	v_3	+ 0.18	+ 0.04	- 0.34	+ 0.43	- 0.26	- 0.06	+ 0.21	- 0.15	- 0.04	+ 0.11	+ 0.01	- 0.19 ± 0.14
	v	+ 0.02	+ 0.06	- 0.28	+ 0.42	- 0.30	+ 0.07	- 0.18	+ 0.14	+ 0.19	- 0.10	- 0.29	+ 0.23 ± 0.15
1879-89	$T_{\text{μεσ}}$	271.43	273.52	275.93	281.75	287.17	290.63	292.42	291.09	288.00	281.94	276.85	273.19
	v_1	- 0.14	+ 0.70	- 0.59	+ 0.06	+ 0.23	- 0.23	+ 0.01	- 0.07	+ 0.54	- 0.35	- 0.19	+ 0.07 ± 0.23
	v_2	- 0.21	+ 0.58	- 0.65	+ 0.13	+ 0.35	- 0.17	- 0.06	- 0.19	+ 0.48	- 0.28	- 0.07	+ 0.13 ± 0.22
	v_3	- 0.44	+ 0.57	- 0.42	+ 0.14	+ 0.12	- 0.18	+ 0.17	- 0.18	+ 0.25	- 0.29	+ 0.16	+ 0.14 ± 0.20
	v	- 0.18	+ 0.60	- 0.63	+ 0.04	+ 0.29	- 0.15	- 0.07	- 0.14	+ 0.48	- 0.31	- 0.14	+ 0.15 ± 0.22
1890-1901	$T_{\text{μεσ}}$	271.21	273.05	277.03	281.80	286.91	290.55	292.18	291.83	287.74	282.49	277.08	273.18
	v_1	- 0.45	+ 0.17	+ 0.46	+ 0.07	- 0.08	- 0.39	- 0.34	+ 0.53	+ 0.13	+ 0.04	- 0.11	- 0.06 ± 0.20
	v_2	- 0.29	+ 0.01	+ 0.14	- 0.09	+ 0.08	- 0.07	- 0.18	+ 0.37	- 0.19	- 0.12	+ 0.05	+ 0.26 ± 0.13
	v_3	- 0.22	+ 0.13	+ 0.07	- 0.21	+ 0.15	+ 0.05	- 0.25	+ 0.25	- 0.12	0.00	- 0.02	+ 0.14 ± 0.11
	v	- 0.09	+ 0.06	+ 0.18	- 0.21	- 0.03	+ 0.08	- 0.27	+ 0.43	- 0.10	- 0.09	- 0.13	+ 0.14 ± 0.12

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Αθροισμα σφαλμάτων
1902-13	$T_{\text{ναρ}}$	272.53	274.52	277.89	281.50	287.20	290.81	292.03	291.24	286.83	282.18	276.88	274.07
	v_1	-0.09	+0.56	+0.34	-0.90	-0.03	+0.07	+0.03	+0.58	-0.24	-0.04	-0.51	+0.19
	v_2	-0.39	+0.22	+0.30	-0.60	+0.31	+0.11	-0.27	+0.24	-0.28	+0.26	-0.17	+0.23
	v_3	-0.35	+0.10	+0.26	-0.48	+0.35	-0.01	-0.31	+0.36	-0.24	+0.14	-0.21	+0.35
	v	-0.35	+0.42	+0.39	-0.78	+0.14	+0.16	-0.28	+0.48	-0.21	+0.14	-0.36	+0.23
1914-23	$T_{\text{ναρ}}$	274.00	273.27	277.93	281.92	288.06	289.97	292.24	291.26	287.66	281.90	276.18	274.69
	v_1	+1.22	-0.85	+0.25	-0.59	+0.74	-0.85	+0.18	+0.54	+0.50	-0.43	-1.34	+0.67
	v_2	+0.87	-1.18	+0.28	-0.24	+1.07	-0.88	-0.17	+0.21	+0.53	-0.08	-1.01	+0.64
	v_3	+0.31	-0.72	+0.84	-0.70	+0.51	-0.42	+0.39	-0.25	-0.03	+0.38	-0.45	+0.18
	v	+0.68	-1.08	+0.35	-0.33	+1.06	-0.70	-0.47	+0.31	+0.59	-0.10	-1.07	+0.71
1924-33	$T_{\text{ναρ}}$	272.94	272.77	276.51	281.71	287.63	290.29	293.00	291.48	288.09	282.82	278.14	273.10
	v_1	+0.85	-0.39	-0.19	-0.05	+0.65	-0.67	+0.35	-0.10	+0.05	-0.16	+0.38	-0.68
	v_2	+0.84	-0.35	-0.15	-0.04	+0.61	-0.71	+0.34	-0.06	+0.09	-0.15	+0.34	-0.72
	v_3	+0.67	-0.28	+0.02	-0.11	+0.44	-0.64	+0.51	-0.13	-0.08	-0.08	+0.51	-0.79
	v	+0.49	-0.61	-0.19	+0.06	+0.82	-0.60	+0.25	-0.26	-0.10	-0.13	+0.56	-0.33
1934-44	$T_{\text{ναρ}}$	271.62	273.59	277.40	282.27	286.92	291.31	292.81	292.43	288.47	282.91	277.89	273.56
	v_1	-0.49	+0.32	+0.46	+0.16	-0.50	-0.12	-0.28	+0.50	+0.21	-0.18	+0.11	-0.21
	v_2	-0.38	+0.09	+0.13	+0.05	-0.27	+0.21	-0.17	+0.27	-0.12	-0.29	+0.34	+0.12
	v_3	-0.20	+0.17	-0.05	-0.03	-0.09	+0.29	-0.35	+0.19	+0.06	-0.21	+0.16	+0.04
	v	-0.20	+0.20	+0.21	-0.08	-0.44	+0.31	-0.23	+0.38	-0.03	-0.29	+0.13	+0.04

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Παρατηρήσεις
ΒΕΡΟΛΙΝΟΝ													
1776-84	T _{μεσ}	270.30	273.41	277.07	281.66	287.26	291.31	292.93	292.49	288.04	281.62	277.24	273.46
	u ₁	-1.08	+0.70	+0.47	-0.34	-0.20	-0.20	-0.15	+0.74	+0.18	-0.84	+0.24	+0.51
	u ₂	-1.16	+0.44	+0.29	-0.26	+0.06	-0.02	-0.23	+0.48	0.00	-0.76	+0.50	+0.69
	u ₃	-0.89	+0.65	+0.02	-0.47	+0.33	+0.19	-0.50	+0.27	+0.27	-0.55	+0.23	+0.48
	u	-0.50	+0.70	+0.21	-0.60	-0.14	+0.32	-0.49	+0.69	+0.24	-0.75	+0.14	+0.16
1785-98	T _{μεσ}	272.40	274.26	275.55	282.22	287.11	290.92	292.46	291.73	287.87	282.43	276.13	272.69
	u ₁	+0.69	+1.23	-1.24	+0.24	-0.12	-0.19	-0.13	+0.46	+0.36	+0.11	-0.94	-0.50
	u ₂	+0.41	+0.77	-1.42	+0.52	+0.34	-0.01	-0.41	0.00	+0.18	+0.39	-0.48	-0.32
	u ₃	-0.13	+0.61	-0.88	+0.68	-0.20	-0.17	+0.13	+0.16	-0.36	+0.23	+0.06	-0.16
	u	-0.18	+0.82	-1.19	+0.54	+0.21	-0.18	-0.20	+0.20	+0.10	+0.14	-0.55	+0.32
1799-1810	T _{μεσ}	270.19	272.05	274.55	280.80	286.94	288.45	291.42	291.98	287.78	281.55	276.35	272.67
	u ₁	-0.36	+0.50	-0.60	+0.42	+1.11	-1.60	-0.49	+1.07	+0.47	-0.53	-0.28	+0.26
	u ₂	-0.20	+0.34	-0.92	+0.26	+1.27	-1.28	+0.33	+0.91	+0.15	-0.69	-0.19	+0.58
	u ₃	-0.63	+0.91	-0.49	-0.31	+0.84	-0.71	+0.10	+0.34	-0.28	-0.12	+0.31	+0.01
	u	+0.19	+0.34	-1.05	+0.05	+1.24	-0.78	-0.65	+0.87	+0.25	-0.62	-0.27	+0.41
1811-23	T _{μεσ}	270.20	273.38	276.48	281.75	286.80	289.90	290.98	290.84	286.95	282.03	276.76	272.5
	u ₁	-1.06	+0.78	+0.16	+0.32	+0.22	-0.46	-0.80	+0.40	+0.23	+0.42	+0.30	-0.53
	u ₂	-0.57	+0.77	-0.35	-0.17	+0.23	+0.05	-0.31	+0.39	-0.28	-0.07	+0.31	-0.02
	u ₃	-0.52	+0.67	-0.40	-0.07	+0.28	-0.05	-0.36	+0.49	-0.23	-0.17	+0.26	+0.08
	u	-0.35	+0.71	-0.32	-0.22	+0.10	+0.07	-0.15	+0.37	-0.26	-0.06	+0.13	-0.04

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉	T ₁₀	T ₁₁	T ₁₂	Μεταβολή εγκλίμα
1824-33	T _{ημέρ}	269.94	272.50	276.36	282.61	287.08	290.58	291.93	290.60	289.37	282.62	276.62	274.35
	v ₁	- 1.53	- 0.24	- 0.10	+ 0.97	+ 0.20	- 0.20	- 0.36	- 0.42	+ 0.07	+ 0.50	- 0.26	+ 1.37
	v ₂	- 1.02	+ 0.25	- 0.13	+ 0.46	- 0.29	- 0.17	+ 0.15	+ 0.07	+ 0.04	- 0.01	- 0.75	+ 0.47
	v ₃	- 0.93	+ 0.56	- 0.22	+ 0.15	- 0.20	+ 0.14	+ 0.06	- 0.24	+ 0.13	+ 0.30	- 0.84	+ 0.39
	v	- 0.05	+ 0.21	- 0.38	+ 0.35	- 0.19	+ 0.04	- 0.10	- 0.07	+ 0.22	+ 0.36	- 0.83	+ 0.36
1834-43	T _{ημέρ}	271.64	273.07	276.31	280.98	286.55	290.24	291.63	291.00	287.84	282.19	276.65	274.00
	v ₁	- 0.15	+ 0.22	- 0.01	- 0.28	+ 0.19	- 0.01	- 0.26	+ 0.17	+ 0.48	- 0.23	- 0.67	+ 0.57
	v ₂	- 0.25	+ 0.17	- 0.06	- 0.18	+ 0.34	+ 0.04	- 0.36	+ 0.02	+ 0.43	- 0.13	- 0.52	+ 0.62
	v ₃	- 0.49	+ 0.15	+ 0.18	- 0.26	+ 0.10	+ 0.12	- 0.12	- 0.06	+ 0.19	- 0.05	- 0.28	+ 0.54
	v	- 0.12	+ 0.21	- 0.01	- 0.28	+ 0.20	- 0.03	- 0.32	+ 0.19	+ 0.50	- 0.16	- 0.67	+ 0.47
1844-56	T _{ημέρ}	271.76	273.13	275.17	281.13	286.14	290.28	291.58	290.78	286.62	282.75	276.65	272.90
	v ₁	+ 0.29	+ 0.60	- 0.85	+ 0.13	+ 0.02	+ 0.25	- 0.09	+ 0.17	- 0.50	+ 0.61	- 0.37	- 0.21
	v ₂	+ 0.17	+ 0.57	- 0.76	+ 0.25	+ 0.05	+ 0.16	- 0.21	+ 0.14	- 0.41	+ 0.73	- 0.34	- 0.30
	v ₃	- 0.02	+ 0.34	- 0.57	+ 0.48	- 0.14	- 0.07	- 0.02	+ 0.37	- 0.60	+ 0.50	- 0.15	- 0.07
	v	- 0.14	+ 0.50	- 0.70	+ 0.32	+ 0.06	- 0.08	+ 0.01	+ 0.18	- 0.57	+ 0.61	- 0.27	+ 0.01
1857-67	T _{ημέρ}	272.62	273.97	276.76	281.35	286.24	290.86	291.58	291.42	288.10	282.90	276.49	273.84
	v ₁	+ 0.33	+ 0.62	- 0.02	- 0.31	- 0.44	+ 0.37	- 0.49	+ 0.41	+ 0.52	+ 0.20	- 1.19	- 0.03
	v ₂	+ 0.13	+ 0.17	- 0.27	- 0.11	+ 0.01	+ 0.62	- 0.69	- 0.04	+ 0.27	+ 0.40	- 0.74	+ 0.22
	v ₃	- 0.23	- 0.02	+ 0.09	+ 0.08	- 0.35	+ 0.43	- 0.33	+ 0.15	- 0.09	+ 0.21	- 0.38	+ 0.41
	v	- 0.25	+ 0.36	+ 0.03	- 0.13	- 0.29	+ 0.24	- 0.37	+ 0.28	+ 0.28	+ 0.15	- 0.96	+ 0.58

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Πιθανή εσφαλμα
1868-78	$T_{\text{μ.α.}}$	273.75	274.25	277.13	282.18	286.12	290.52	292.79	291.72	287.85	282.64	277.38	273.86
	v_1	+0.95	+0.37	-0.16	+0.09	-0.89	-0.20	+0.55	+0.56	+0.10	-0.31	-0.65	-0.46 ±0.35
	v_2	+0.51	-0.23	-0.32	+0.53	-0.29	-0.04	+0.11	-0.04	-0.06	+0.13	-0.05	-0.30 ±0.19
	v_3	+0.44	-0.17	-0.25	+0.47	-0.36	+0.02	+0.18	-0.10	+0.13	+0.19	+0.02	-0.16 ±0.18
	v	+0.07	-0.11	-0.15	+0.44	-0.40	+0.11	-0.13	+0.16	0.00	-0.03	-0.16	+0.11 ±0.13
1879-89	$T_{\text{μ.α.}}$	272.15	273.77	275.67	281.12	286.61	290.34	291.84	290.51	287.97	281.59	277.32	274.14
	v_1	+0.07	+0.65	-0.85	-0.24	+0.25	+0.18	+0.08	-0.21	+0.65	-0.89	-0.16	+0.46 ±0.32
	v_2	-0.24	+0.55	-0.63	+0.07	+0.35	-0.04	-0.23	-0.31	+0.87	-0.58	-0.06	+0.24 ±0.29
	v_3	-0.56	+0.56	-0.31	+0.06	+0.03	-0.03	+0.09	-0.32	+0.55	-0.57	+0.26	+0.23 ±0.24
	v	-0.23	+0.66	-0.61	-0.02	+0.32	-0.13	-0.14	-0.15	+0.83	-0.65	-0.11	+0.22 ±0.29
1890-1901	$T_{\text{μ.α.}}$	272.04	273.73	277.33	281.71	286.82	290.35	292.02	291.50	287.54	282.53	277.32	273.74
	v_1	-0.25	+0.28	+0.37	-0.17	-0.08	-0.30	-0.13	+0.51	+0.06	-0.03	-0.22	-0.05 ±0.17
	v_2	-0.25	+0.04	+0.13	-0.17	+0.16	-0.06	-0.13	+0.27	-0.18	-0.03	+0.02	+0.19 ±0.11
	v_3	-0.20	+0.10	+0.08	-0.23	+0.21	0.00	-0.18	+0.31	-0.13	+0.03	-0.03	+0.13 ±0.10
	v	-0.13	+0.13	+0.16	-0.31	+0.03	+0.07	-0.23	+0.36	-0.09	-0.06	-0.16	+0.14 ±0.12

ΠΙΝΑΞ V (Συνέχεια)

Περίοδοι	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}	T_{11}	T_{12}	Ποσών εγκύρια
1902-13	$T_{\text{μεσ}}$	27358	27479	27783	28138	28709	29069	29174	29056	28695	28253	27724	27460
	v_1	+037	+037	+006	-098	+012	+033	+011	+014	-012	+005	-063	+012
	v_2	+001	+013	+018	-068	+036	+021	-025	-010	000	+041	-039	000
	v_3	-013	-012	+032	-037	+022	-004	-011	+015	-014	+016	-025	+020
	v	-021	+026	+031	-066	+027	+004	-010	+010	-004	+026	-044	+014
1914-23	$T_{\text{μεσ}}$	27411	27435	27714	28210	28770	28955	29192	29070	28745	28189	27636	27482
	v_1	+093	-014	-017	-043	+059	-088	+032	+041	+058	-036	-131	+047
	v_2	+057	-055	-022	-007	+100	-083	-004	000	+053	000	-090	+052
	v_3	+003	-024	+032	-038	+046	-052	+050	-031	-001	+031	-036	+021
	v	+038	-043	-015	-020	+094	-059	-034	+011	+060	-007	-099	+064
1924-33	$T_{\text{μεσ}}$	27357	27315	27691	28122	28724	28939	29248	29108	28758	28276	27808	27378
	v_1	+094	-044	+004	-038	+073	-090	+057	+013	-009	-018	+005	-047
	v_2	+079	-054	+008	-023	+083	-094	+042	+003	-005	-003	+015	-051
	v_3	+064	-041	+023	-036	+068	-081	+057	-010	-020	+010	+030	-064
	v	+051	-069	+003	-022	+100	-067	+014	-013	-016	000	+032	-021

Τιμαί των εποχιακών θερμοκρασιών και του εύρους R_e

Περίοδοι	ΒΙΕΝΝΗ						ΠΡΑΓΑ						ΒΕΡΟΛΙΝΗ					
	$T_h - T_c$			$T'_{eq} - T_{eq}$			$T_h - T_c$			$T'_{eq} - T_{eq}$			$T_h - T_c$			$T'_{eq} - T_{eq}$		
	Παρ.	Υπ.	Διαφ.	Παρ.	Υπ.	Διαφ.	Παρ.	Υπ.	Διαφ.	Παρ.	Υπ.	Διαφ.	Παρ.	Υπ.	Διαφ.	Παρ.	Υπ.	Διαφ.
1776-84	1858	1859	-0.01	501	521	-0.20	1737	1745	-0.08	536	541	-0.05	1740	1751	-0.11	547	558	-0.11
1785-98	1791	1807	-0.16	606	567	+0.39	1690	1710	-0.20	633	585	+0.48	1669	1686	-0.17	627	589	+0.38
1799-1810	1833	1837	-0.04	661	660	+0.01	1768	1772	-0.04	725	693	+0.32	1688	1694	-0.06	699	674	+0.25
1811-23	1807	1801	+0.06	507	498	+0.09	1711	1711	0.00	545	523	+0.22	1651	1655	-0.04	538	529	+0.09
1824-33	1808	1809	-0.01	494	492	+0.02	1757	1760	-0.03	581	575	+0.06	1670	1677	-0.07	551	525	+0.26
1834-43	1792	1789	+0.03	641	640	+0.01	1730	1725	+0.05	684	682	+0.02	1602	1604	-0.02	637	614	+0.23
1844-56	1756	1763	-0.07	634	608	+0.26	1682	1689	-0.07	653	634	+0.19	1609	1614	-0.05	654	641	+0.13
1857-67	1755	1758	-0.03	618	607	+0.11	1702	1700	+0.02	618	606	+0.12	1580	1583	-0.03	645	625	+0.20
1868-78	1718	1730	-0.12	550	562	-0.12	1717	1732	-0.15	586	596	-0.10	1548	1559	-0.11	559	592	-0.23
1879-89	1709	1722	-0.13	575	558	+0.17	1658	1678	-0.20	613	582	+0.31	1548	1573	-0.25	639	606	+0.33
1890-1901	1695	1697	-0.02	547	551	-0.04	1674	1674	0.00	570	583	-0.13	1597	1597	0.00	552	558	-0.06
1902-13	1574	1562	+0.12	476	472	+0.04	1582	1576	+0.06	481	471	+0.10	1497	1493	+0.04	514	491	+0.23
1914-23	1558	1541	+0.17	439	442	-0.03	1585	1570	+0.15	486	468	+0.18	1506	1501	+0.05	475	436	+0.39
1924-33	1644	1651	-0.07	612	643	-0.31	1636	1641	-0.05	635	648	-0.13	1540	1536	+0.04	611	617	-0.06
1934-44	1648	1655	-0.07	542	566	-0.24	1670	1678	-0.08	586	614	-0.28						

ΠΙΝΑΞ VI (Συνέχεια)

Περίοδοι	ΒΙΕΝΝΗ					ΠΡΑΓΑ					ΒΕΡΟΝΙΝΟΝ				
	R _e			D	V-II°	R _e			D	V-II°	R _e			D	V-II°
	Παρ.	Υπολ.	Διαφ.			Παρ.	Υπολ.	Διαφ.			Παρ.	Υπολ.	Διαφ.		
1776-84	265	273	-008	-185	-71	276	279	-003	-117	-50	308	312	-004	-020	-12
1785-98	474	462	+012	-055	-22	496	479	+017	+001	-01	535	524	+011	+020	+10
1799-1810	438	443	-005	-091	-48	473	463	+010	-071	-41	427	420	+007	-098	-55
1811-23	351	350	+001	-267	-109	385	377	+008	-189	-85	386	383	+003	-199	-94
1824-33	165	162	+003	-144	-53	237	231	+006	-100	-35	263	249	+014	-108	-42
1834-43	479	482	-003	-038	-16	504	506	-002	-007	-05	450	442	+008	+010	+04
1844-56	525	517	+008	-087	-38	538	535	+003	-022	-14	532	531	+001	+043	+14
1857-67	522	519	+003	-240	-86	483	481	+002	-139	-51	548	540	+008	-011	-02
1868-78	383	394	-011	-152	-55	433	444	-011	-017	-04	440	458	-018	+056	+28
1879-89	376	373	+003	-113	-42	436	426	+010	+003	-01	464	453	+011	+106	+45
1890-1901	343	347	-004	-255	-100	390	398	-008	-097	-39	383	389	-006	-048	-22
1902-13	295	294	+001	-050	-30	343	341	+002	+052	+12	410	404	+006	+096	+36
1914-23	291	297	-006	-001	+03	338	336	+002	+075	+34	321	310	+011	+061	+25
1924-33	474	495	-021	-091	-47	491	506	-015	+010	-04	446	458	-012	+038	+10
1934-44	329	339	-010	-199	-84	414	427	-013	-088	-42					

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.

1. Αἰρινήτου Β. Αἱ μετεωρολογικαὶ περίοδοι καὶ ἡ σταθερότης τοῦ κλίματος τῆς Ἑλλάδος.
Ἐπιστημονικὴ ἑπετηρὶς τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν τοῦ ἔτους 1946-47, Ἀθῆναι 1947.
2. Baur F. *Extended-range weather forecasting. Compendium of Meteorology, Boston Mass. 1951.*
3. Brooks C. E. P. *Climate through the ages. 2^d Edition, London 1949.*
4. Brunt D. *The combination of observations. 2^d Edition, Cambridge 1931.*
5. Clayton H. *World Weather Records. Smithsonian Miscellaneous Collections Vol. 79 (First Reprint), 90 and 105, Washington.*
6. " " *The Sunspot period. Smithsonian Misc. Collections Vol. 98, N. 2, Wash. 1939.*
7. " " *The 11-year and 27-day Solar periods in Meteorology (καὶ πολυάριθμα ἄλλα). Smithsonian Misc. Collections. Vol. 99, N. 5, Washington 1940.*
8. Conrad V. *Methods in Climatology, Cambridge Mass. 1946.*
9. Δημαρᾶ Π. Ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως τῶν μέσων μηνιαίων θερμοκρασιῶν τοῦ ἀέρος εἰς τὰς εὐκρατεῖς ζώνας.
Διατριβὴ ἐπὶ διδακτορίᾳ, Θεσ/νικη 1946.
10. Fritz S. *Solar radiant energy and its modification by the Earth and its atmosphere. Compendium of Meteorology, Boston Mass. 1951.*
11. Gleeson T. *A Theory of annual temperature variations. Journal of Meteorology Vol. 7, N. 6, 1950.*
12. Hann-Süring *Lehrbuch der Meteorologie. Vierte Auflage, Leipzig 1926.*

13. Hess S.-Frank R. *A theory of the temporal and latitudinal distribution of temperature.*
Journal of Meteorology Vol. 10, N. 2, 1953.
14. Hlaváč V. *Die 165 jährige Prager Temperaturreihe 1775 bis 1939.* *Meteorologische Zeitschrift*, B. 57, 1940.
15. Mc. Inžoš D.H. *Solar and terrestrial relationships.*
Meteorological Magazine Vol. 82, N. 967, 1953.
16. Köppen W. *Lufttemperaturen, Sonnenflecke und Vulkan-
ausbrüche.* *Meteorologische Zeitschrift*, B. 31, 1914.
17. Κωτσών Δ. *Θεωρία τῶν σφαλμάτων καὶ μέθοδοι τῶν ἐλαχί-
στων τετραγώνων.* Ἀθῆναι 1953.
18. Lysgaard L. *On the present climatic variation.*
Centenary Proceedings of the R.M.S., London 1950.
19. Mascart J. *Notes sur la variabilité des climats. Premi-
ère Partie.* Lyon 1924.
20. Milankovič M. *Théorie mathématique des phénomènes ther-
miques produits par la radiation solaire,* Pa-
ris 1920.
21. " " *Mathematische Klimalehre und Astronomische
Theorie der Klimaschwankungen.*
*«Handbuch der Klimatologie» von Köppen und
Geiger Band I, Teil A, Berlin 1930.*
22. Μπρίνα Μ. *Μαθήματα Στατιστικῆς.* Θεσ/νικὴ 1953.
23. Mondon A. *Essai d'Astrométéorologie et ses applications
à la prévision du temps.* Paris 1920.
24. Schindler G. *Die Prager Temperaturreihe (Fortsetzung der
Monatssmittel bis 1947).* *Z. für Meteorologie*, B. 2, 1948.
25. Show N. *Manual of Meteorology II,* Cambridge 1928.
26. Stężson H. *Sunspots in action.* New York 1947.
27. Voigt H. *Gang der Jahresmitteltemperaturen und
Sonnenfleckenzyklus I.* *Zeitschrift für Meteo-*

- rologie, B.5, 1951.
28. Voigt's H. *Gang der Jahresmitteltemperaturen und Sonnenfleckenzyklus II. Zeitschrift für Meteorologie, B.6, 1952.*
29. Voigt's H. *Gang der Jahresmitteltemperaturen im Sonnenfleckenzyklus III. Zeitschrift für Meteorologie, B.7, 1953.*
30. Xanthakis J. *Sur une relation remarquable entre les températures moyennes mensuelles de l'air à Alexandrie, Athènes, Rome et Paris. Prax. de l'Académie d'Athènes, t.13, 1938.*
31. " " *Sur les températures moyennes mensuelles de l'air. Τριαυροπερταετηρική του Καθηνυτου u. N. Κρητιου. Αθηναι 1943.*
32. " " *Relation between the mean monthly air temperatures in the temperate zones. Thessaloniki University Press and Bulletin of the American Meteorological Soc. V.29, N.10, 1948.*
33. " " *Sur une relation entre les valeurs moyennes mensuelles de la radiation solaire observée en 12 stations de l'hémisphère Nord. Prax. de l'Académie d'Athènes, t.26, 1951.*
34. " " *Justification théorique d'une relation empirique entre les valeurs moyennes mensuelles de la température de l'air et de la radiation solaire. Prax. de l'Académie d'Athènes, t.27 1952.*
35. " " *A correlation between the coefficient of continentality and the excentricity of the ellipse of the mean monthly air temperatures in the temperate zones.*

36. Xanthakis J. *Prak. de l'Académie d'Athènes, t.27, 1952.*
New relations between the mean monthly air
temperatures.
Thessaloniki University Press, 1953.
37. Ξανθάκης Ι. *Επί της συμμετρικῆς κατανομῆς τῶν μέσων*
μηνιαίων θερμοκρασιῶν τοῦ αἵρος.
Πρακ. Ακαδημίας Ἀθηνῶν, τόμ. 28, 1953.
38. " " *Λί' εποχιακαὶ θερμοκρασίαι τοῦ αἵρος κατὰ τὰς πε-*
ριόδους τῆς ἡλιακῆς δράσεως.
Πρακ. Ακαδημίας Ἀθηνῶν, τόμ. 28, 1953.
39. " " *Μαθήματα Λογισμοῦ Πιθανοτήτων καὶ θεωρίας*
τῶν εἰσαγωγῶν.
Θεσ/νίκη 1948.
40. " " *Ἀστρονομία III. Θεσ/νίκη 1954 (ὑπὸ ἔκδοσιν).*
41. Whittaker E.- *Calculus of Observations. 2^d Edition Lon-*
 Robinson G. *don 1937.*
42. Willers Fr. *Methoden der Praktischen Analysis, Berlin*
1928.
43. Willerz H. C. *Temperature trends of the past century.*
Centenary Proceedings of the R.M.S, London,
1950.
44. " " *Extrapolation of sunspot-climate relationships.*
Journal of Meteorology, V.8, N.1, 1951.
45. Willerz H. C.-Craig A. *Solar energy variations as a possible cause*
of anomalous weather changes.
Compendium of Meteorology, Boston Mass. 1951.
46. Mavridis L. *The mean monthly air temperatures in Prague*
and Berlin during the periods of solar acti-
vity.
Prak. de l'Académie d'Athènes, t.29, 1954.

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΥΠΑΡΞΕΩΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΕΩΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΙΑΚΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΦΑΙΝΟ- ΜΕΝΩΝ

I. Ὁρισμός καί χαρακτηριστικά τῆς ἐτησίας πορείας	1
II. Παράγοντες διαμορφῶντες τὴν ἐτησίαν πορείαν	4
III. Αἱ καιρικαὶ καὶ κλιματικαὶ μεταβολαὶ τῆς συγχρόνου ἐποχῆς.	6
IV. Αἱ μεταβολαὶ τῆς ἡλιακῆς δράσεως	10
V. Ἡ ἡλιακὴ δράσις καὶ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος	12

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΦΡΑΣΙΣ ΤΗΣ ΕΤΗΣΙΑΣ ΠΟΡΕΙΑΣ

I. Κριτήρια διὰ τὴν ἐκλογὴν τῆς καλυτέρας μαθηματικῆς ἐκφράσεως	19
II. Ἡ μέθοδος τῆς ἀρμονικῆς ἀναλύσεως	21
III. Ἡ μέθοδος τοῦ Καθηγητοῦ κ. Ξανθάκη	27
IV. Σύγκρισις τῶν ὑπὸ τῶν δύο μεθόδων παρεχομένων προσεγγίσεων	40

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΕΤΗΣΙΑΣ ΠΟΡΕΙΑΣ ΑΠΟ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΝ ΤΗΣ ΗΛΙΑΚΗΣ ΔΡΑΣΕΩΣ.

I. Ὁ τρόπος ἐρεύνης τοῦ κ. Ξανθάκη	47
II. Μεταβολαὶ τῆς ἐτησίας πορείας εἰς τὴν Κεντρικὴν Εὐρώπην	58

Πίνακες I-VI

Βιβλιογραφία

67
90